



РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ И АЛГОРИТМА ДИФФЕРЕНЦИАЦИИ КОСТНОЙ ТКАНИ

Выполнила студентка гр. 5-33 Юнусова Д.Н.
Руководитель к.т.н. доц. Маслов Л.Б.

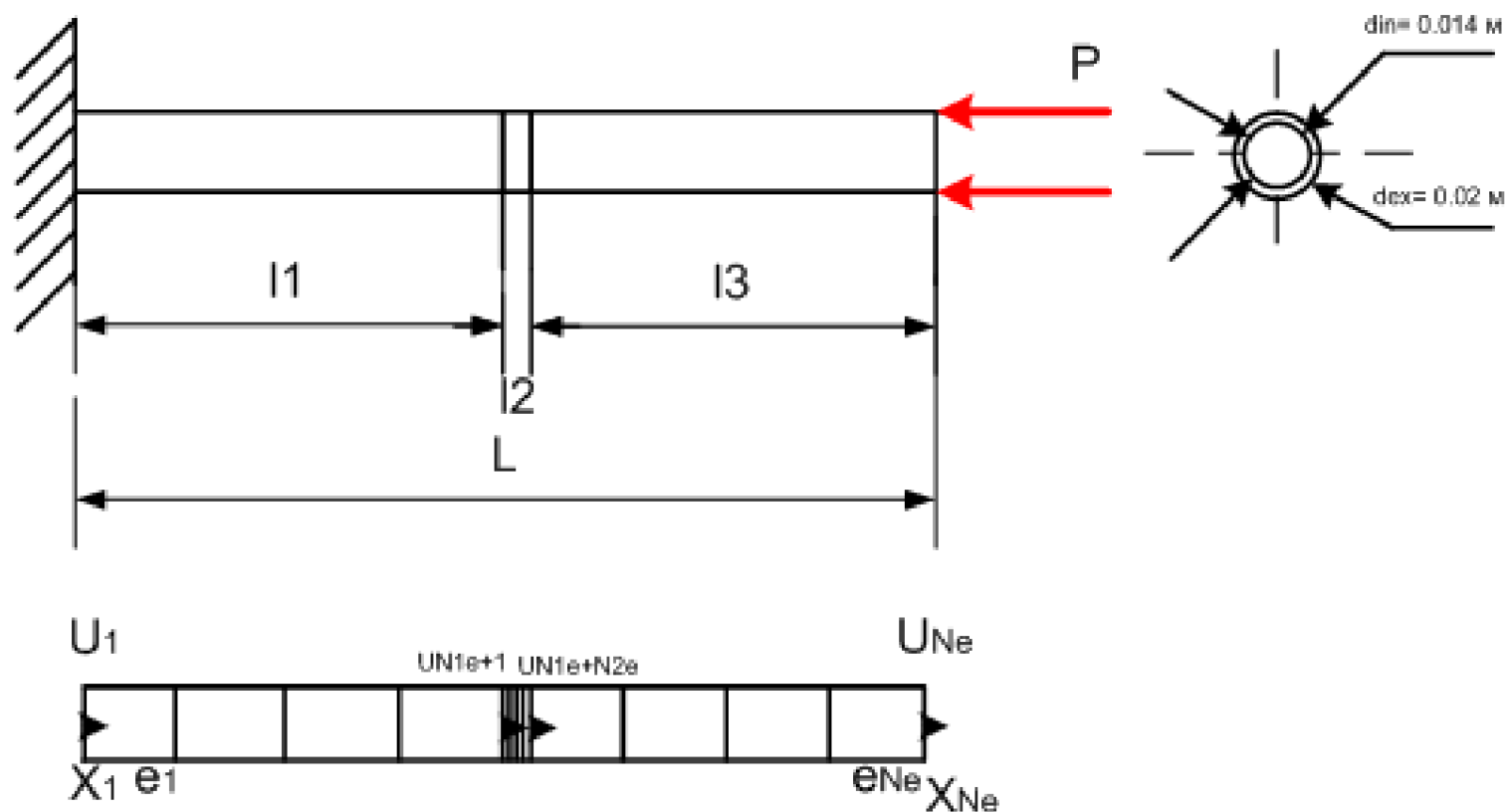
Постановка задачи

Основной целью дипломного проектирования является разработка алгоритма дифференциации ткани, имитирующего процесс сращения перелома. Конечно-элементный алгоритм должен быть разработан в общем виде для произвольного количества одномерных элементов

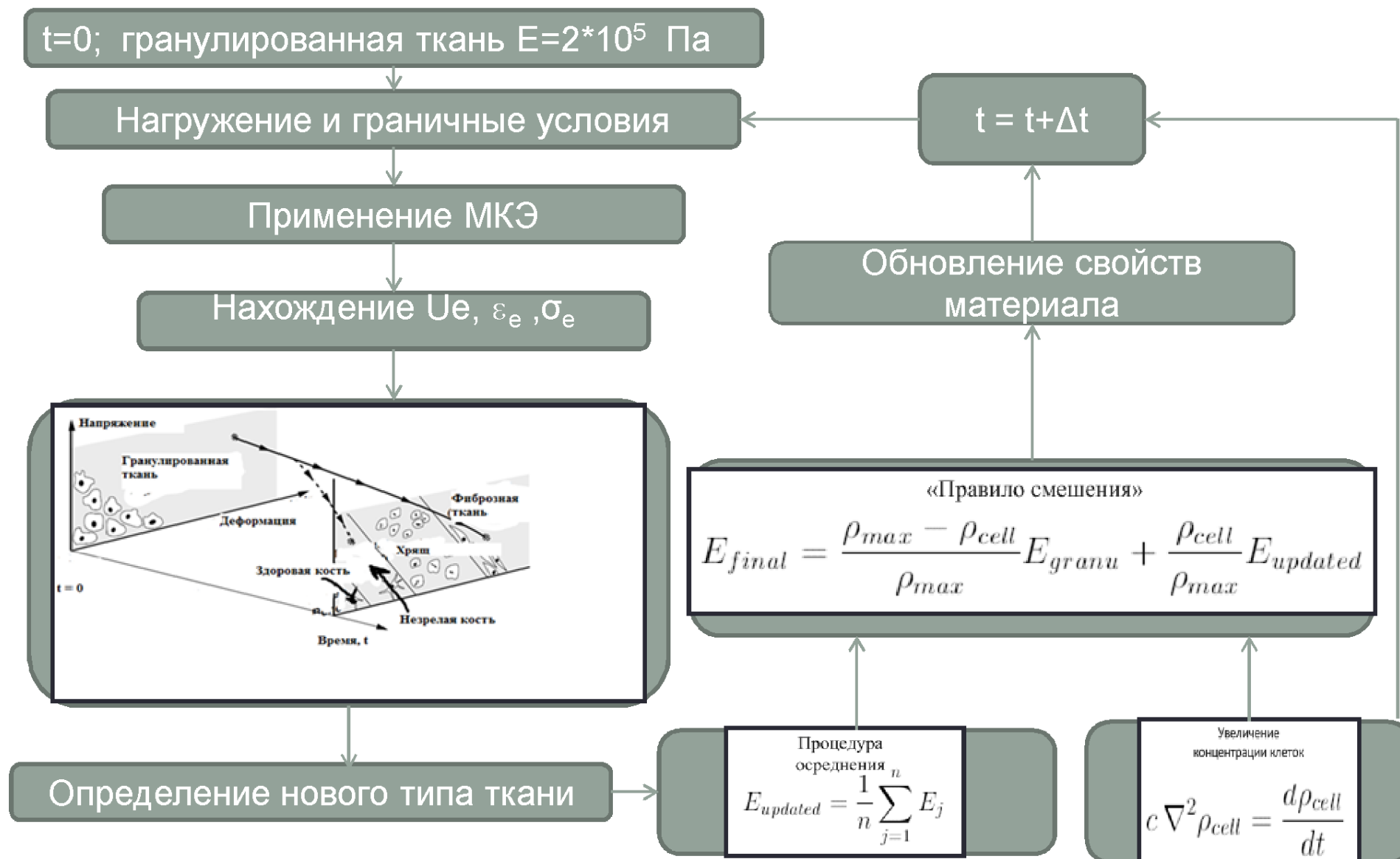
По анализу алгоритма требуется:

- отследить динамику сращивания перелома;
- определить интервалы времени появления разных типов соединительной ткани;
- решить, каким образом следует прикладывать нагрузку, чтобы процесс сращивания происходил равномерно.

Конечно-элементная расчетная модель



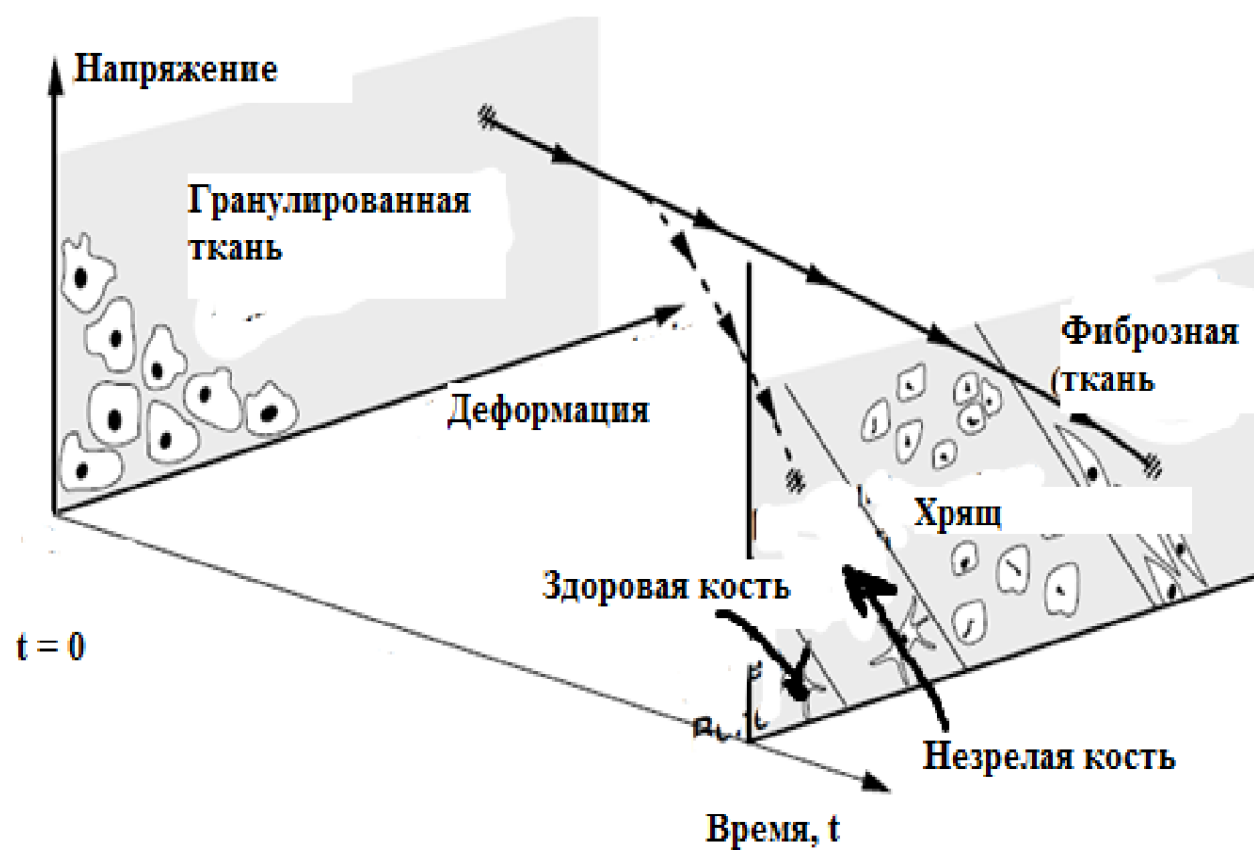
Блок-схема дифференциации ткани



Разрешающие уравнения МКЭ



Критерии дифференциации



Процесс дифференциации костной ткани

- В процессе дифференциации 4 типа ткани сменяют друг друга:
 1. фиброзная;
 2. хрящевая;
 3. «незрелая» кость;
 4. здоровая кость.
- Каждая ткань имеет свои свойства (модуль Юнга, пористость, модуль объёмного сжатия, и т.д.). Эти свойства меняются от итерации к итерации в конечно-элементном расчете и определяют новый тип ткани. Во избежание случайного изменения типа ткани и нелинейных скачков в результатах применяют сглаживающую процедуру, т.е. усредняют полученные значения через каждые 10 итераций. Для следующего дня сращивания используют модуль упругости, полученный по следующей формуле:

$$E_{med} = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} E_i.$$

Расчет модуля Юнга

- $$E_{final} = \frac{\rho_{max} - \rho_{cell}}{\rho_{max}} E_{granu} + \frac{\rho_{cell}}{\rho_{max}} E_{med},$$

где E_{final} – конечный модуль Юнга для десяти итераций, ρ_{max} – максимальная плотность клеток (плотность клеток здоровой кости), ρ_{cell} – плотность клеток, вычисленная с помощью дифференциального уравнения диффузии, и E_{med} – модуль упругости после осреднения

Моделирование распространения клеток

$$D\nabla^2\rho_{cell} = \frac{d\rho_{cell}}{dt},$$

где ρ_{cell} – плотность клеток как функция от времени и координаты, D – коэффициент роста/распространения клеток, ∇ - оператор градиента.

$$\rho_{cell}(x, t) = C_{max} + w(x, t),$$

- где C_{max} - максимальная концентрация клеток, равная $20 \cdot 10^6$.

Функция изменения концентрации $w(x, t)$ имеет вид:

$$w(x, t) = \sum_{k=1}^{n_{max}} [A_k * e^{-D \frac{(\pi k)^2}{L_{zone}}} * \sin(\frac{\pi k}{L_{zone}} x)],$$

где n_{max} – число слагаемых бесконечной суммы, которое должно быть равно бесконечности, но принимается равным 500, L_{zone} – длина элемента на участке дифференцирования.

- Функция A_k имеет вид:

$$A_k = -C_{max} [\frac{-2}{\pi k} \cos(\pi k - 1)].$$

$$D = 0,1 * 10^{-6} \frac{\text{мм}^2}{\text{день}}$$

координаты и от времени

2

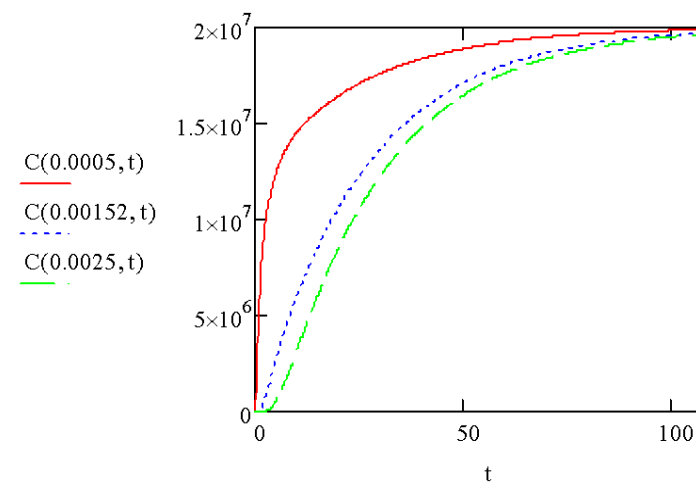
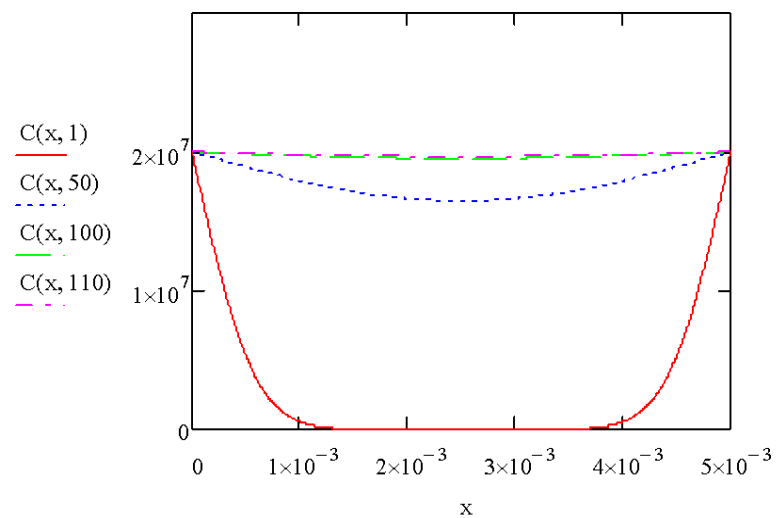
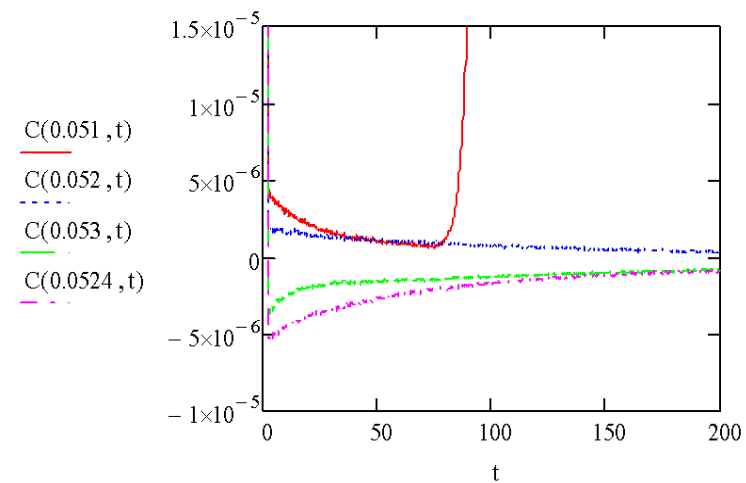
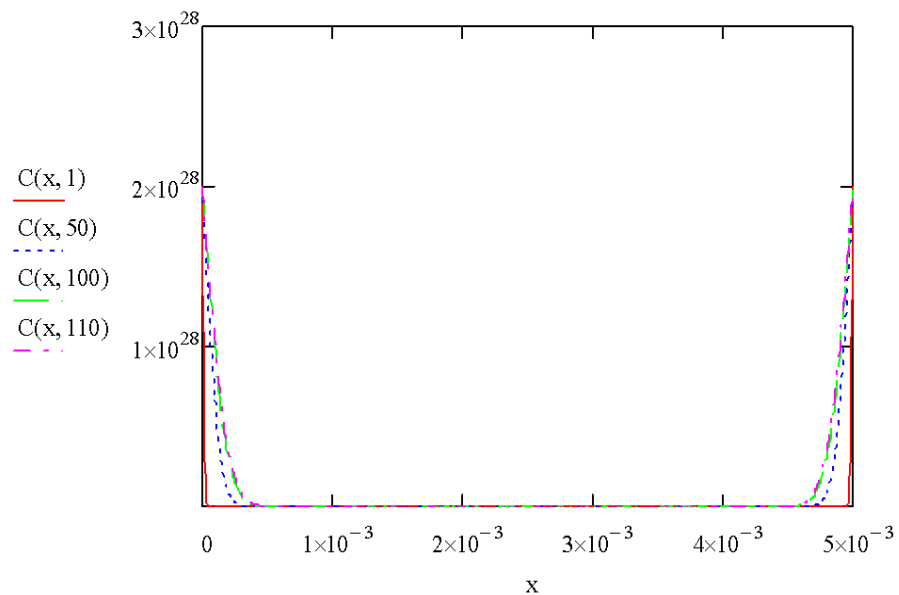


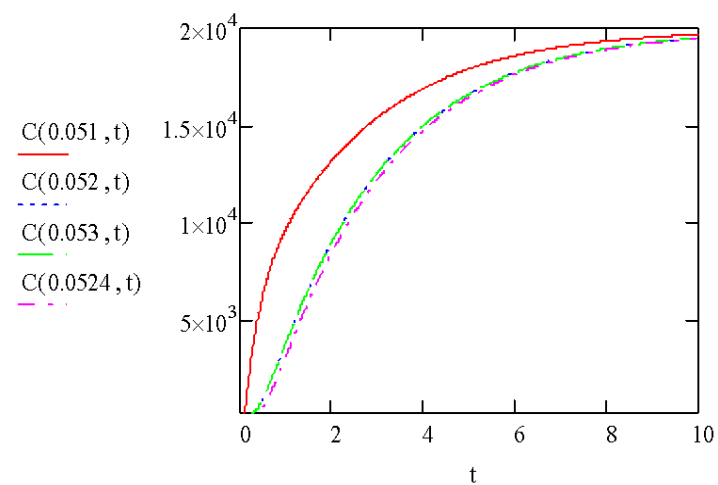
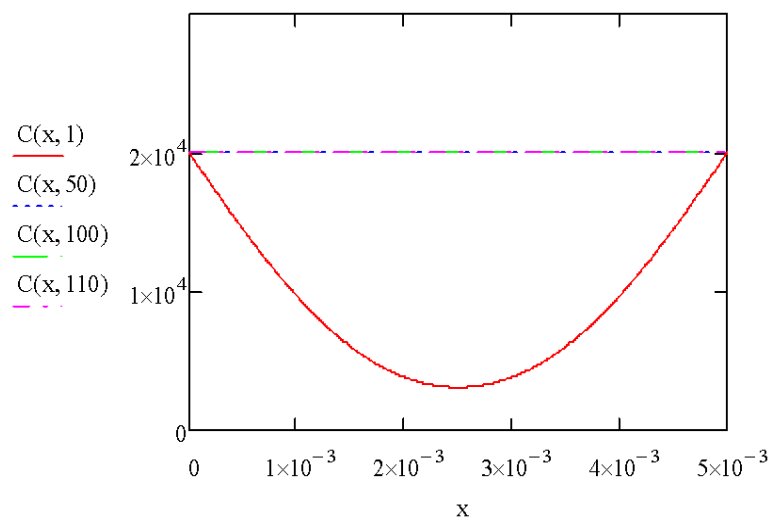
График зависимости концентрации от
координаты и от времени

$$D = 10^{-9} \frac{\text{мм}^2}{\text{с}} \quad C_0 = 20 \cdot 10^8$$

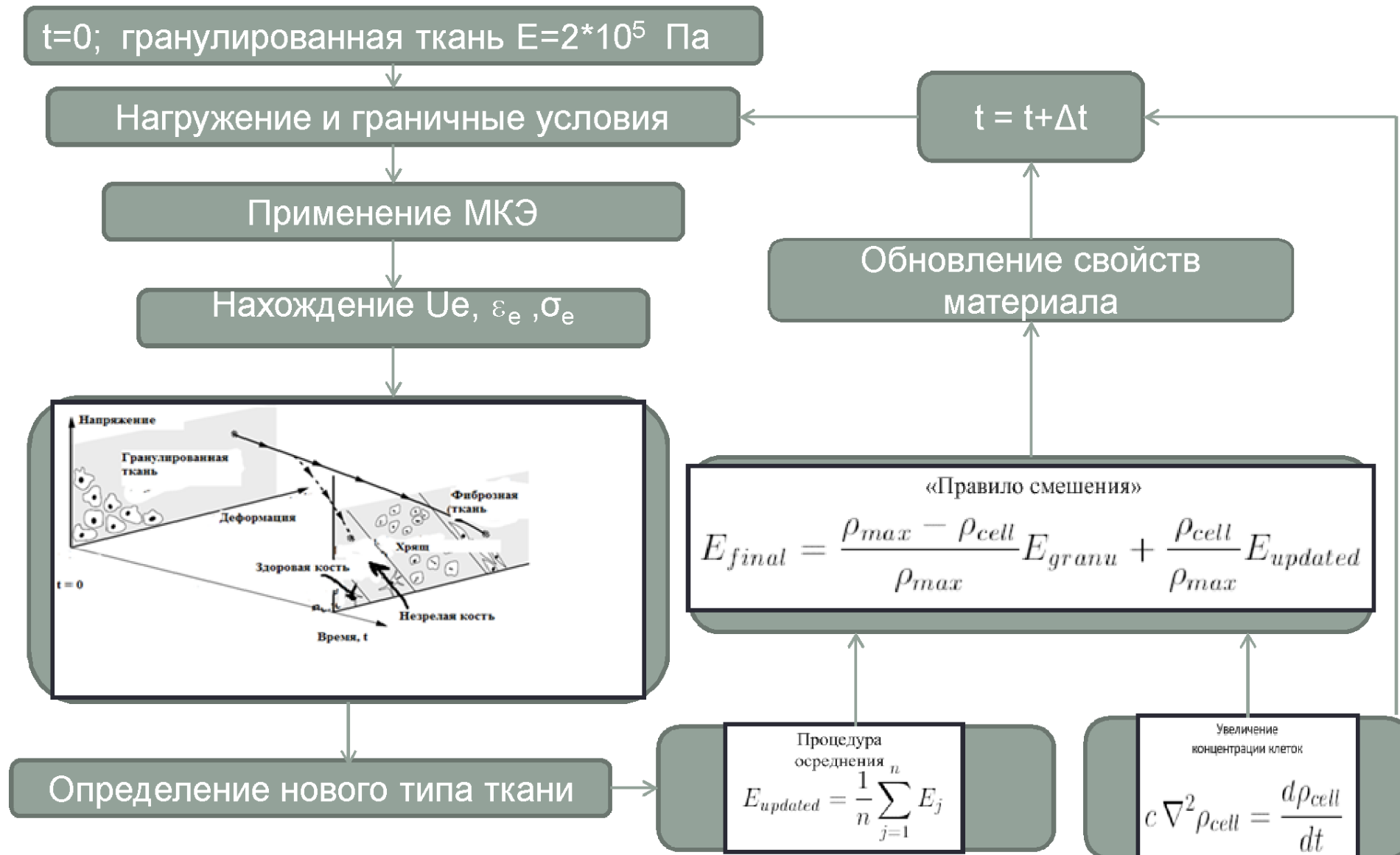


координаты и от времени

$$D = 10^{-5} \text{ мм}^2 \quad C = 20 \cdot 10^3$$

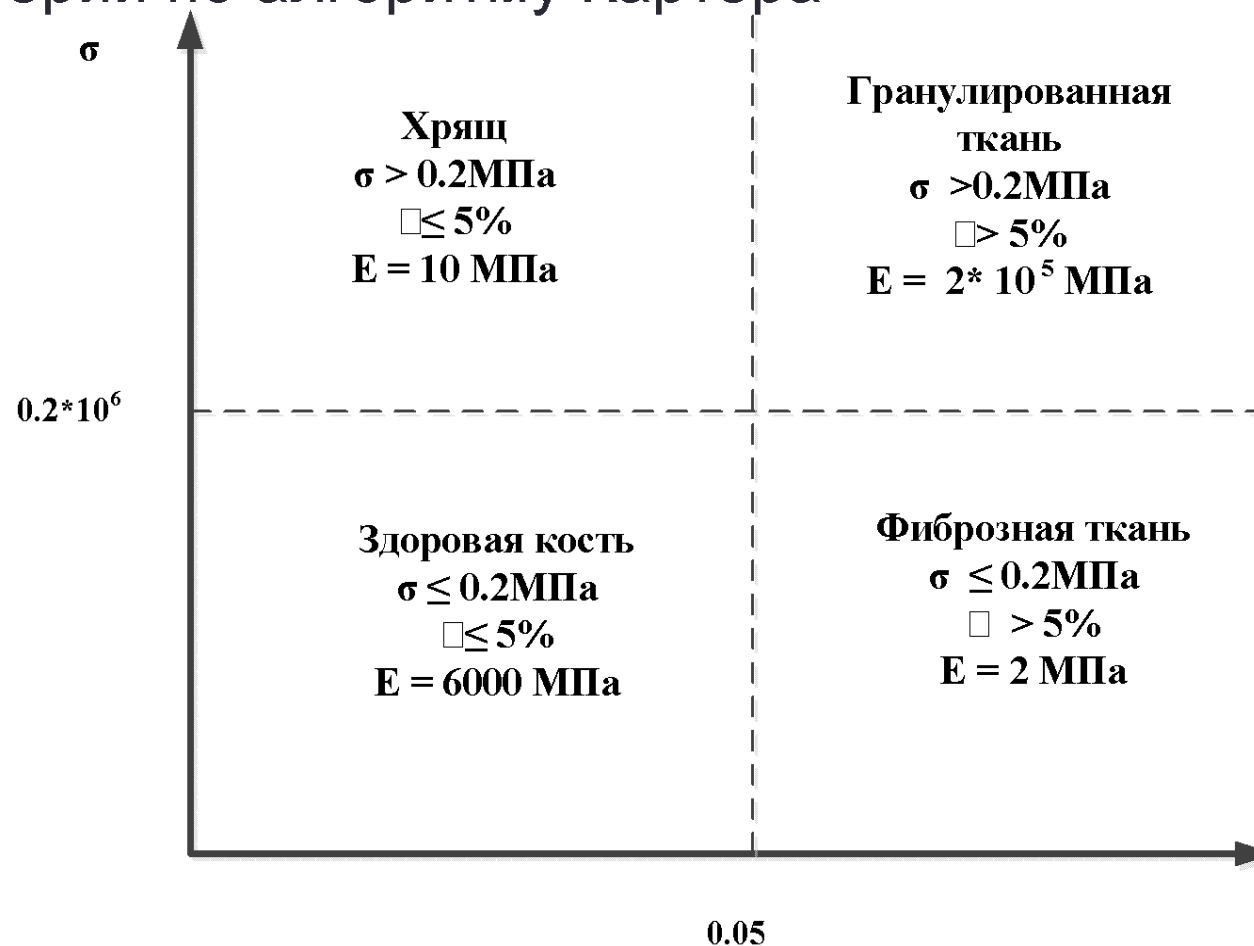


Блок-схема дифференциации ткани

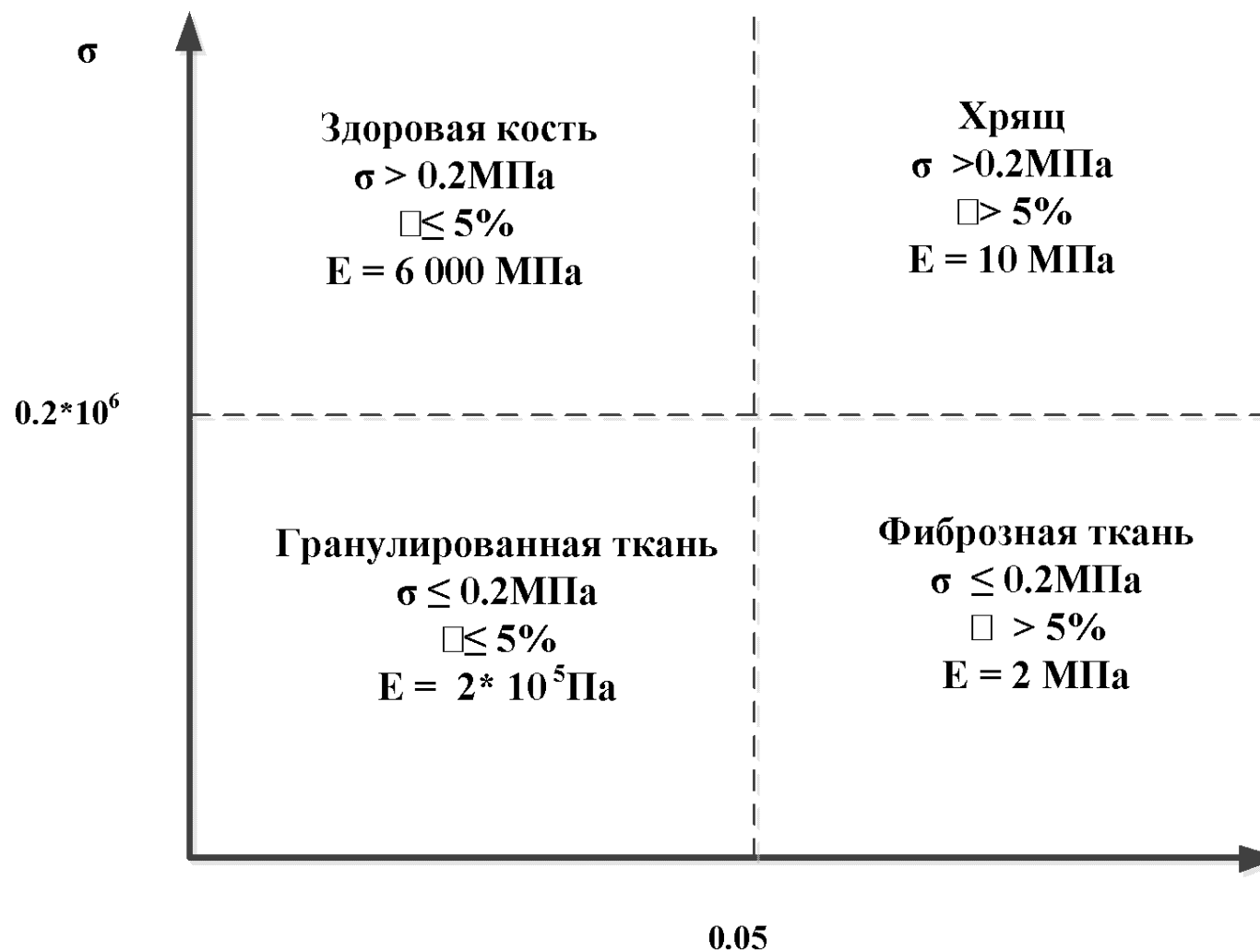


Определение вида ткани с помощью механических характеристик

- Критерии по алгоритму Картера



- Критерии по разработанному алгоритму



Анализ полученных результатов

Дни сращивания	Итерации	Сила Р, н	Напряжение σ , МПа	Деформация ε	Модуль Юнга, МПа
5	1-10	300	8,8	1,76	5
10	11-20	250	80842	1,768	5
15	21-30	200	7,074	1,415	5
20	31-40	150	5,306	1,061	5
25	41-50	100	3,537	0,707	5
30	51-60	50	1,768	0,354	5
35	61-70	40	1,415	0,238	5
40	71-80	30	1,061	0,212	5
45	81-90	20	0,7074	0,141	5
50	91-100	10	0,35	0,071	5
55	101-110	5	0,1768	$2,947 \cdot 10^{-5}$	6000
60	111-120	2	0,074	$1,179 \cdot 10^{-5}$	6000

Дни сращиван ия	Итерации	Сила Р, н	Напряжен ие σ , МПа	Деформ ация ε	Модуль Юнга, МПа		Дни сращива ния	Итерации	Сила Р, н	Напряжение σ , МПа	Деформация ε	Модуль Юнга, МПа
5	1-10	300	8,8	1,76	5		60	111-120	6,9	0,2405	0,05	10
10	11-20	250	80842	1,768	5		65	121-130	6,85	0,2423	$4,038 \cdot 10^{-5}$	10
15	21-30	200	7,074	1,415	5		70	131-140	6,8	0,0205	$4,008 \cdot 10^{-5}$	10
20	31-40	150	5,306	1,061	5		75	141-150	6,7	0,237	$3,949 \cdot 10^{-5}$	10
25	41-50	100	3,537	0,707	5		80	151-160	6,55	0,217	$3,687 \cdot 10^{-5}$	10
30	51-60	50	1,768	0,354	5		85	161-170	6,4	0,226	$3,77 \cdot 10^{-5}$	10
35	61-70	40	1,415	0,238	5		90	171-180	6,25	0,221	$3,684 \cdot 10^{-5}$	10
40	71-80	30	1,061	0,212	5		95	181-190	6,1	0,2157	$3,596 \cdot 10^{-5}$	10
45	81-90	20	0,7074	0,141	5		100	191-200	5,95	0,2141	$3,0507 \cdot 10^{-5}$	10
50	91-100	10	0,35	0,071	5		105	201-210	5,8	0,2051	$3,419 \cdot 10^{-5}$	10
55	101-110	7,01	0,2497	0,05	10		110	211-220	5,65	0,1998	$3,33 \cdot 10^{-5}$	6000

Дни срачивания	Итерации	Сила Р, н	Напряжение σ , МПа	Деформация ε	Модуль Юнга, МПа
5	1-10	300	8,8	1,76	10
10	11-20	250	8,0842	1,768	10
15	21-30	200	7,074	1,415	10
20	31-40	150	5,306	1,061	10
25	41-50	100	3,537	0,707	10
30	51-60	50	1,768	0,354	10
35	61-70	40	1,415	0,238	10
40	71-80	30	1,061	0,212	10
45	81-90	20	0,7074	0,141	10
50	91-100	10	0,35	0,071	10
55	101-110	7,01	0,2497	0,05	6000
60	111-120	6,9	0,2405	0,05	6000

График зависимости силы от времени
на протяжении всего периода
срачивания

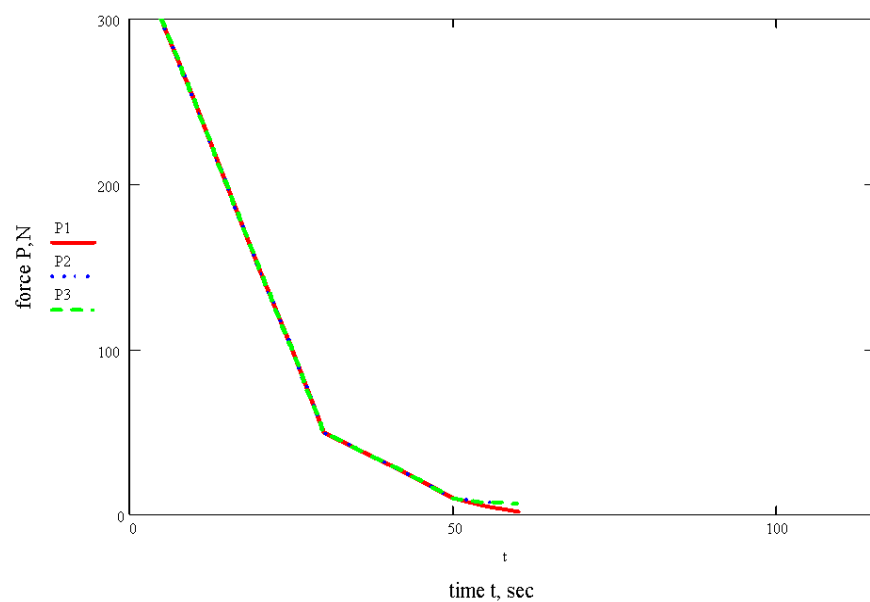
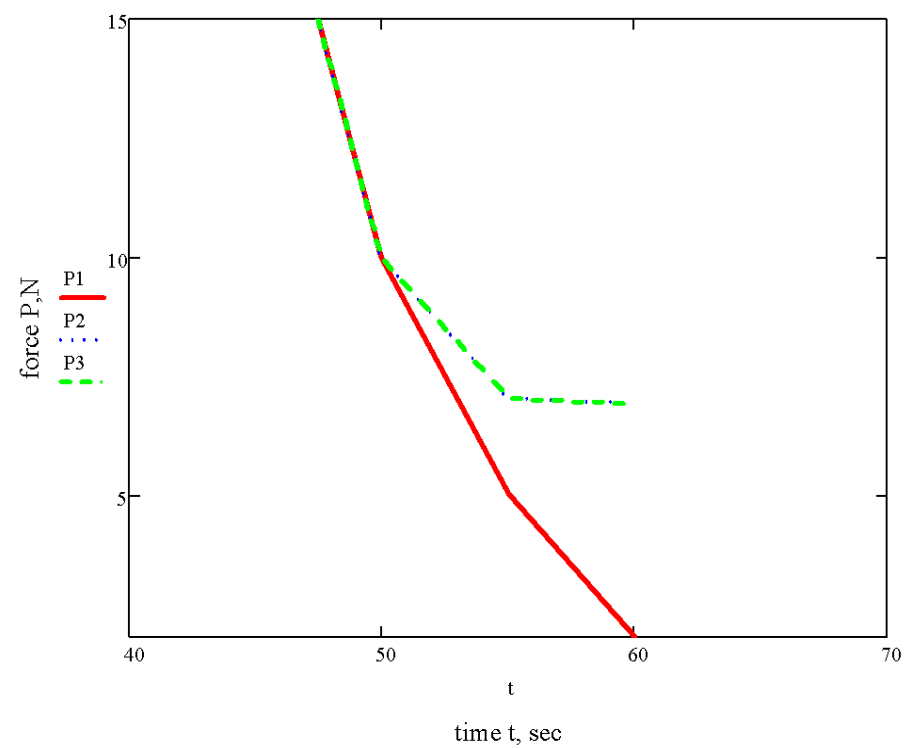


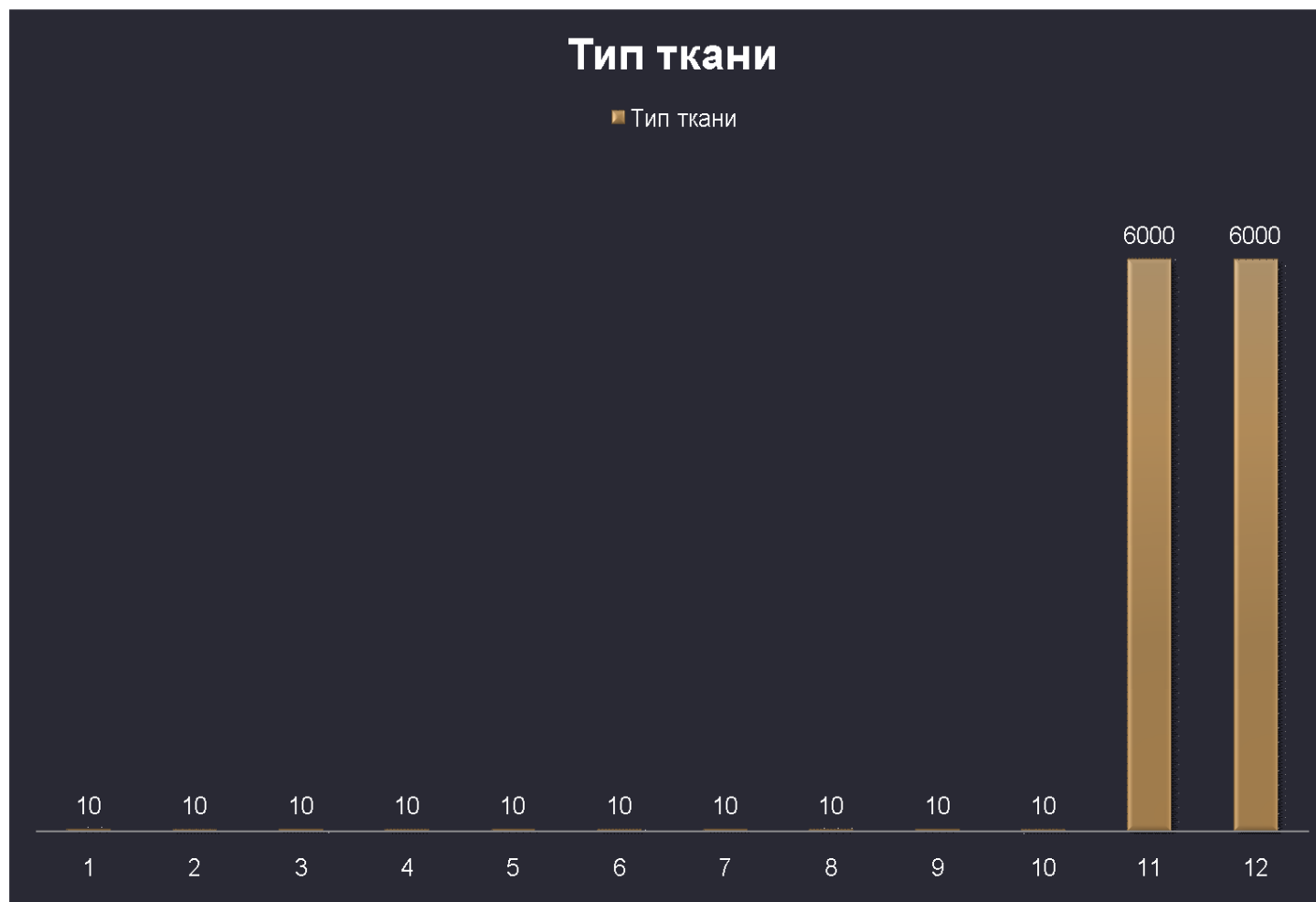
График зависимости силы от времени на
временном интервале 40 - 70 дни
срачивания



Определение типа ткани по значению модуля Юнга

Длительность процесса сращивания, дн	Значение модуля упругости, МПа	Тип ткани
1-5	10	Хрящ
6-10	10	Хрящ
11-15	10	Хрящ
16-20	10	Хрящ
21-25	10	Хрящ
26-30	10	Хрящ
31-35	10	Хрящ
36-40	10	Хрящ
41-45	10	Хрящ
46-50	10	Хрящ
51-55	6000	Здоровая кость
56-60	6000	Здоровая кость

Диаграмма распределения типов ткани в процессе сращивания



Выводы

Разработана модель и алгоритм дифференциации костной ткани в процессе сращения перелома.

В результате вычислительного процесса выявлено:

- Расчетный процесс сращивания завершился в течении 55 дней.
- Типы соединительной ткани сменяют друг друга последовательно: в течение первых пяти дней из гранулированной ткани образуется фиброзная, затем хрящевая. На протяжении сорока пяти дней заживления клетки приобретают свойства здоровой кости, которые явно проявляются с пятидесятого по пятьдесят пятый дни сращивания.
- Нагрузка к модели приложена таким образом, что типы ткани плавно равномерно сменяют друг друга и процесс соответствует действительности.

Спасибо за внимание!