



Ивановский государственный энергетический
университет имени В.И. Ленина

Кафедра теоретической и прикладной механики

КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНЫЙ АНАЛИЗ СТАТИЧЕСКОЙ
ПРОЧНОСТИ НАВЕСНОГО ОБОРУДОВАНИЯ
ДОРОЖНО-СТРОИТЕЛЬНОЙ ТЕХНИКИ

Работу выполнила
ст. гр. 5-33 Белухина С.А.

Руководитель работы:
д.ф.-м.н., доц. Маслов Л.Б.

ИВАНОВО 2012



Цели работы:

- разработать методику расчета напряженно-деформированного состояния на основе метода конечных элементов;
- рассмотреть конечно-элементные алгоритмы решения контактных задач теории упругости;
- рассмотреть условия нагружения исследуемых объектов, проанализировать условия их эксплуатации и конструирования.

Объекты исследования и постановка задачи

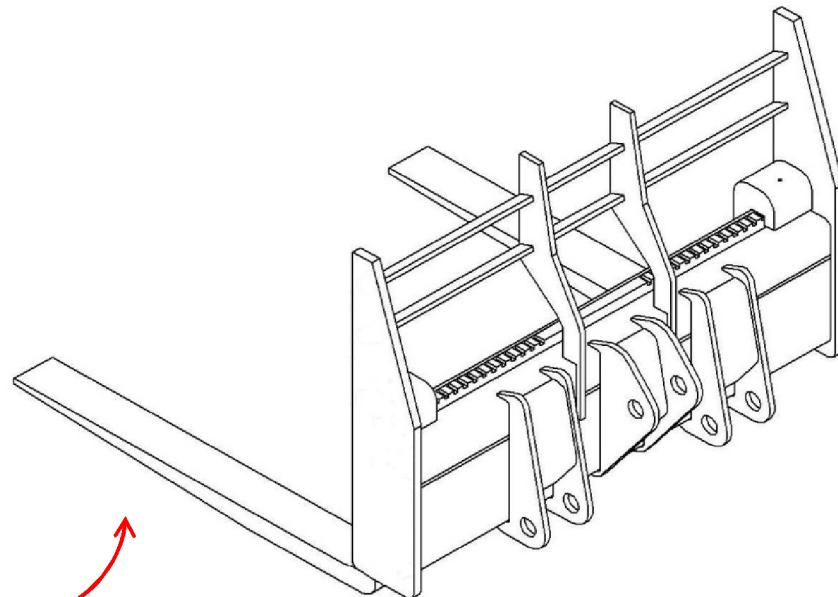


Рис.1. Чертеж модели грузоподъемных вил

Габаритные
размеры вил:
2205×1624×2240 мм

Габаритные
размеры ковша:
2271×2399×3430 мм

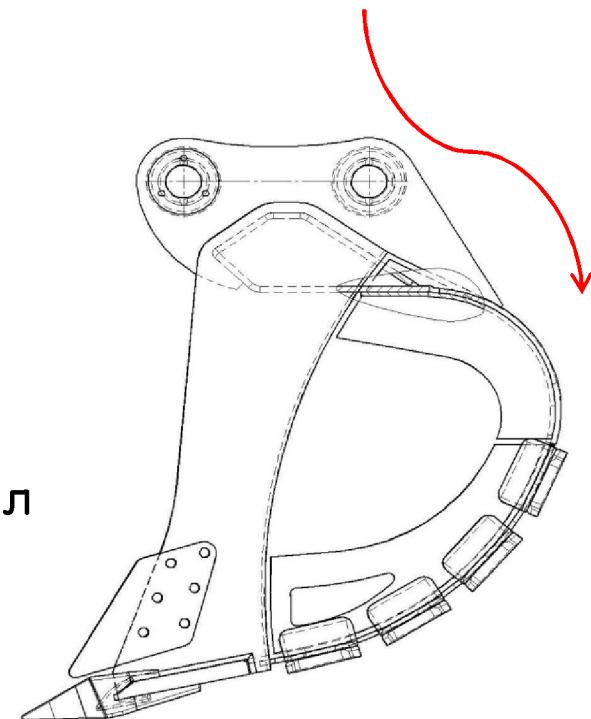
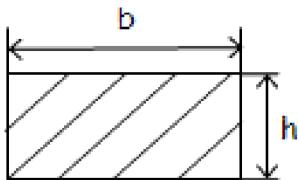


Рис.2. Чертеж модели ковша

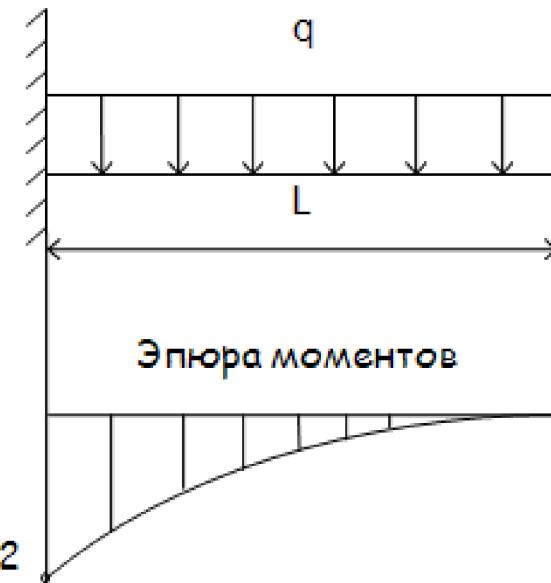
Аналитическое решение

Исходные данные:



$$F = 50 \text{ кН}; L = 1720 \text{ мм}; \\ E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}; b \times h = 200 \times 50 \text{ мм}.$$

Расчетная схема



Расчетные формулы:

$\sigma_{\max} \leq [\sigma]$ - условие прочности;

$\sigma_{\max} = |M_y|_{\max} / W_y \leq [\sigma]$ - максимальное напряжение;

$W_y = bh^2/6$ - момент сопротивления системы
при изгибе;

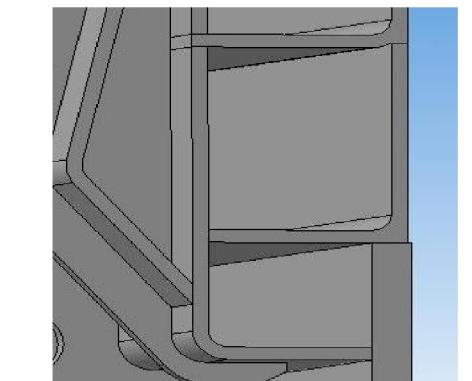
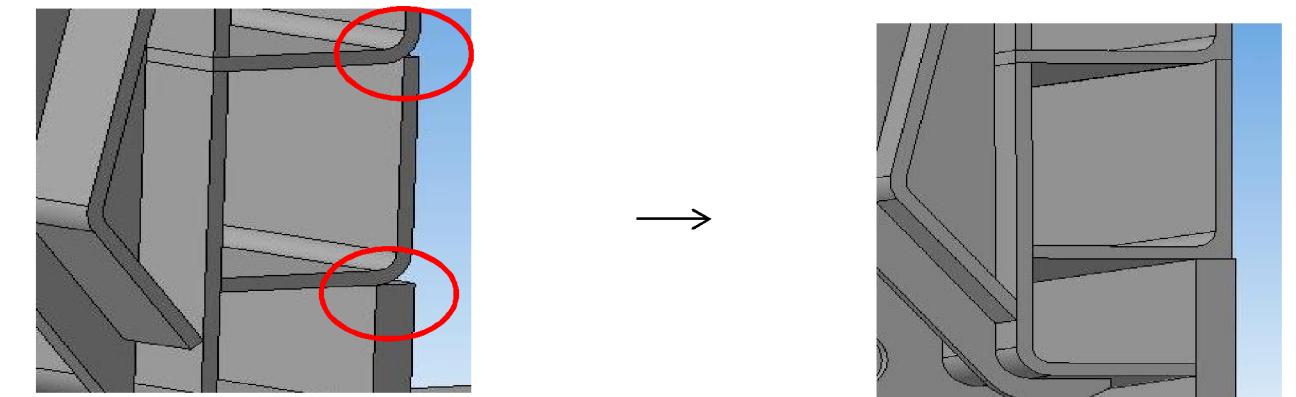
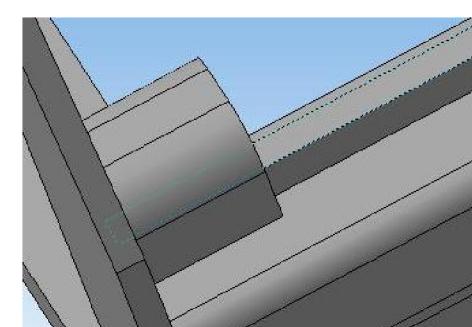
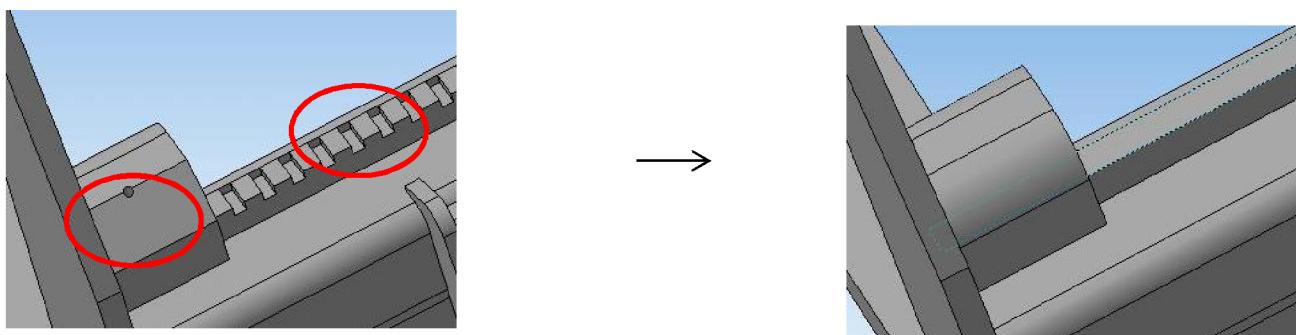
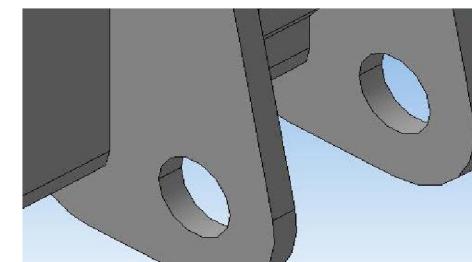
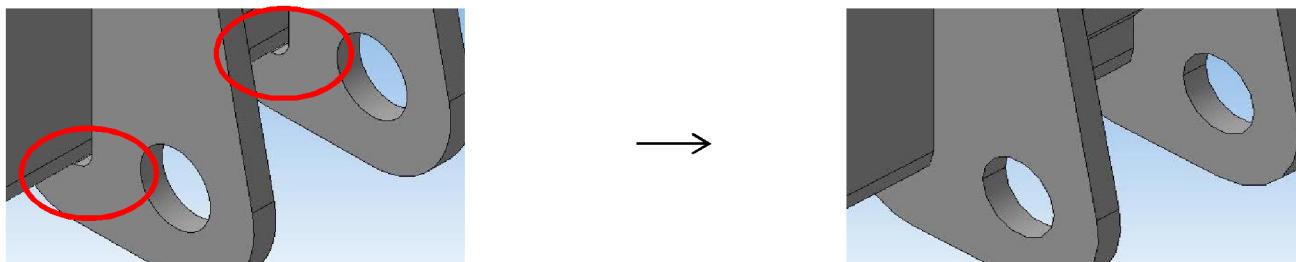
$f = qL^4/8EJ$ - максимальный прогиб;

$J = bh^3/12$ - момент инерции сечения;

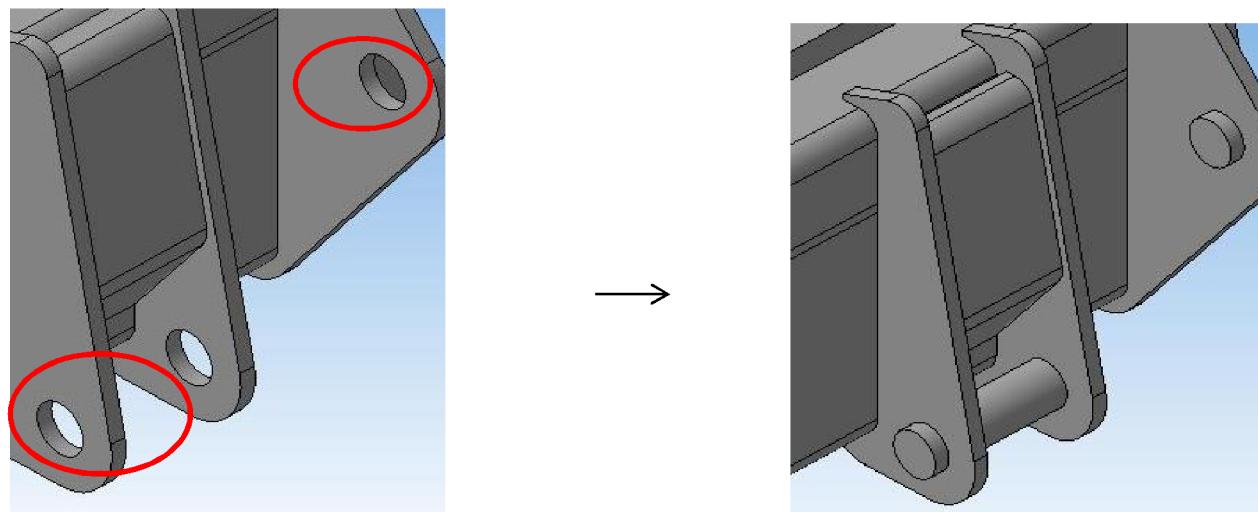
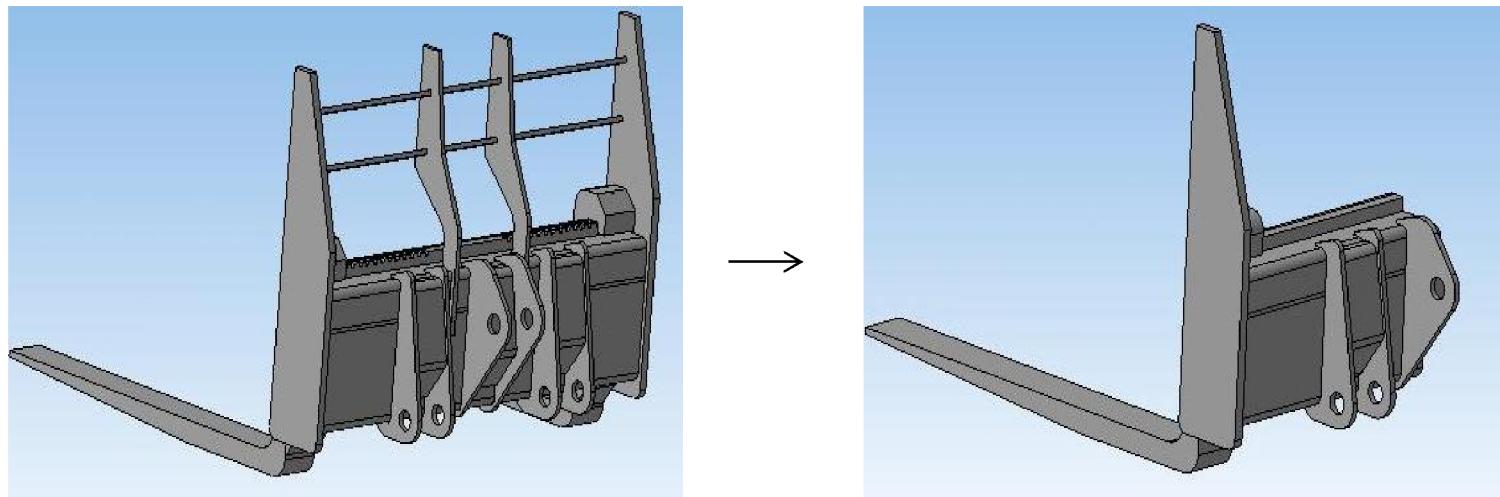
$$\sigma_{\max} = |M_y|_{\max} / W_y = 426 \text{ МПа}$$

$$f = qL^4/8EJ = 57,34 \text{ мм}$$

Создание геометрической модели объекта



Создание геометрической модели объекта



Твердотельное построение качественной конечно-элементной сетки

Конечные элементы:
8-узловой шестисторонний
(гексаэдр) и 10-узловой
четырехсторонний (тетраэдр)

Количество конечных
элементов: 21901
Количество узлов: 30108

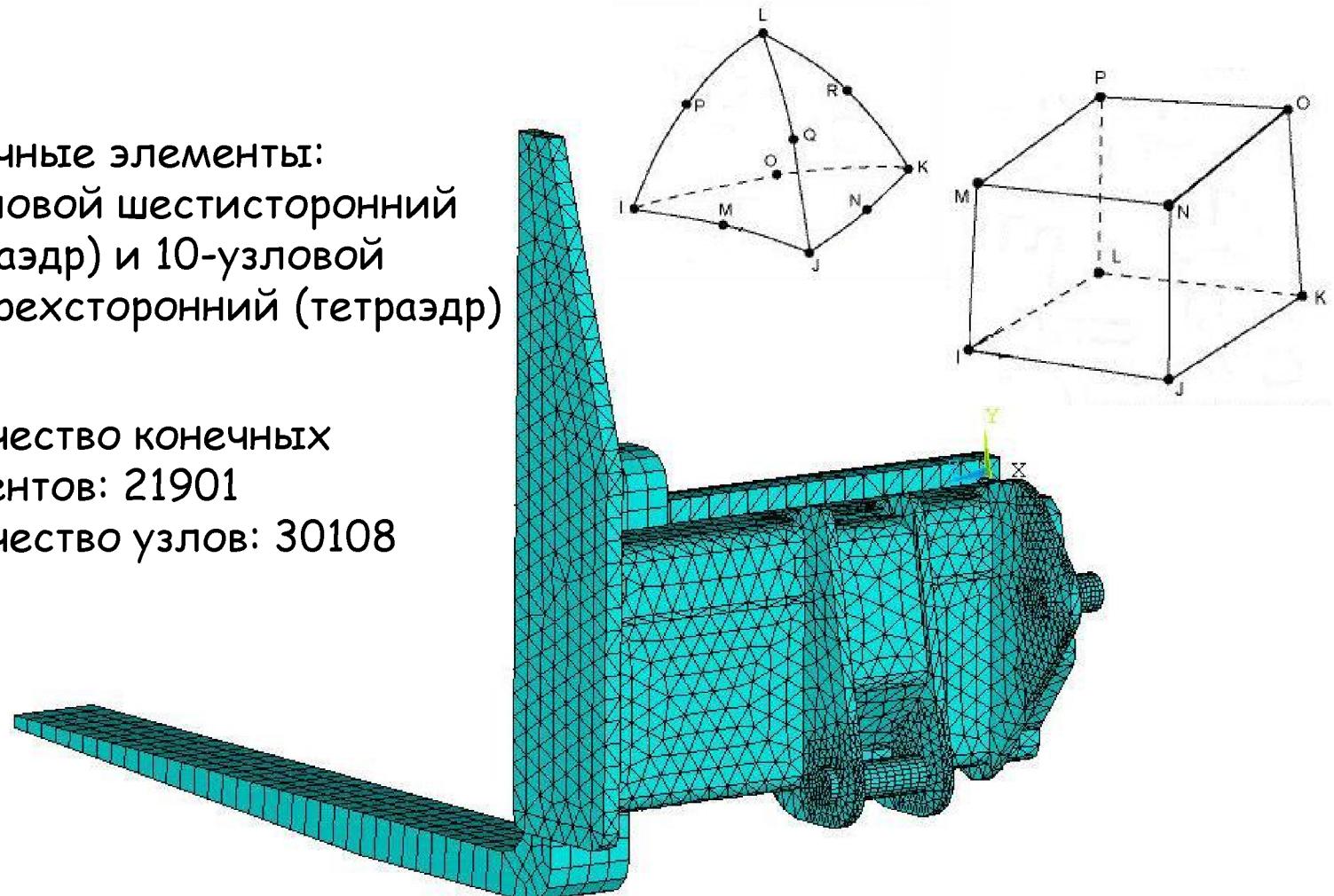


Рис.3. Конечно-элементная модель исследуемой конструкции

Выбор типа инженерного анализа и задание граничных условий

Тип анализа: статический,
упруго-пластическое
поведение материала.

Параметры материала:

- модуль Юнга $E = 2 \cdot 10^5$ МПа;
- коэффициент Пуассона $\nu = 0.3$;
- предел текучести $\sigma_t = 300$ МПа

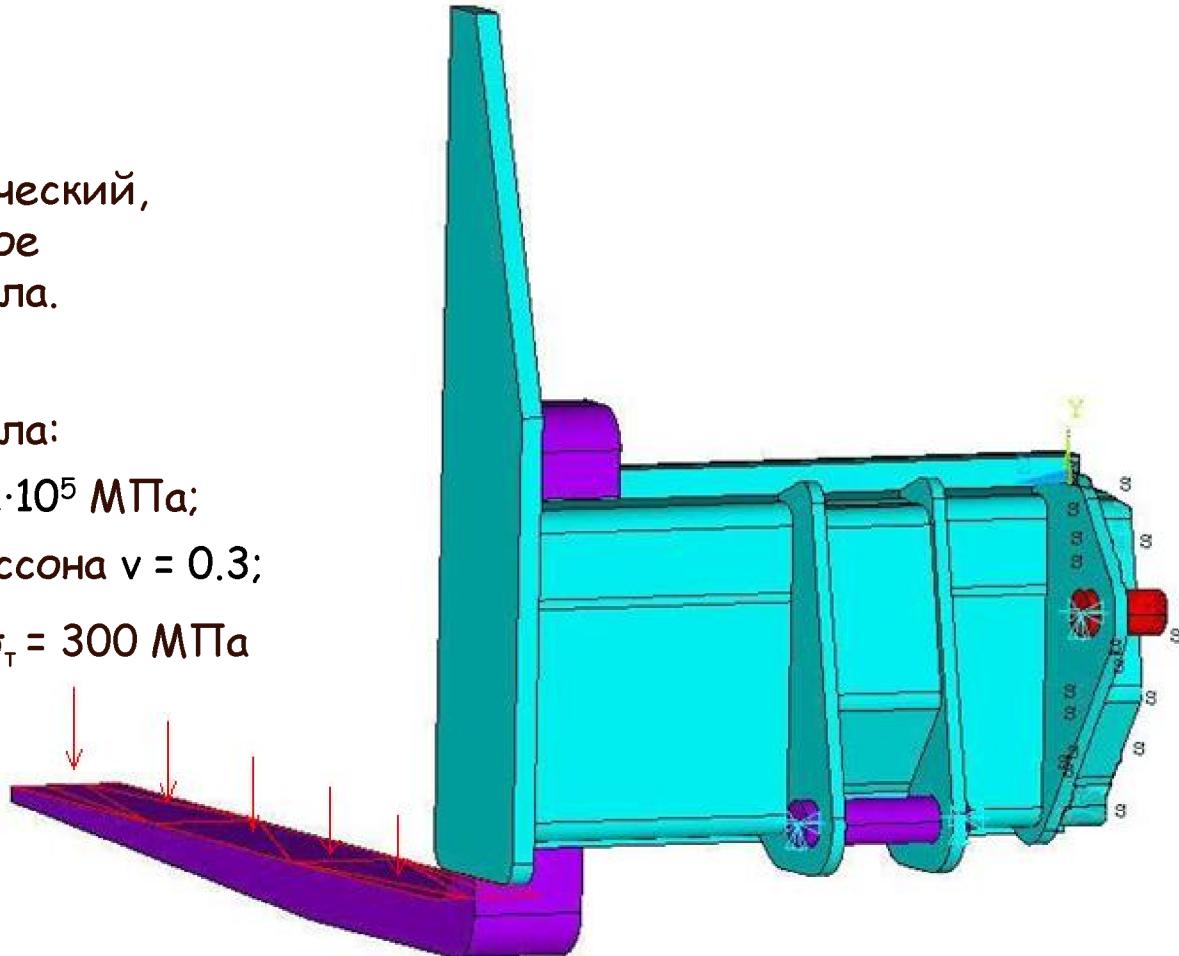


Рис.4. Граничные условия

Численное решение без учета контактного взаимодействия

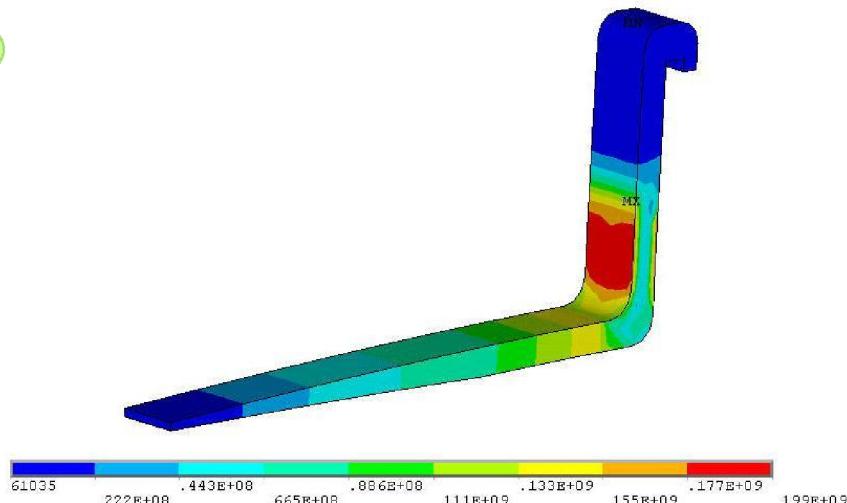


Рис.5. Распределение эквивалентных напряжений (вид спереди, Па)

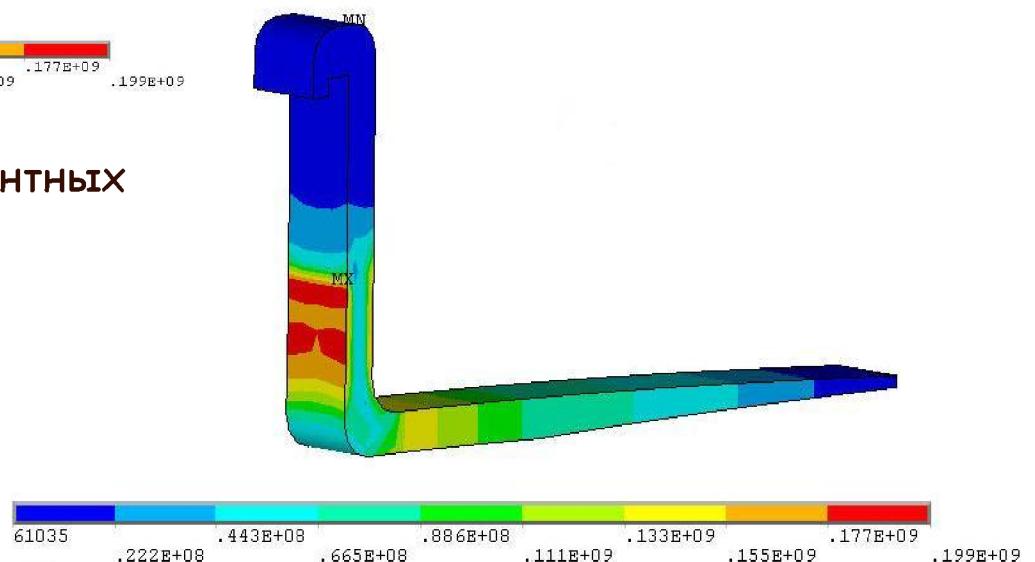


Рис.6. Распределение эквивалентных напряжений (вид сзади, Па)

Метод штрафных функций (Penalty Method)

Разрешающее уравнение метода конечных элементов $KU = F$ принимает вид:

$$[K_b + K_c]U = F,$$

где K_b - матрица жесткости контактирующих тел; K_c - матрица жесткости контактной поверхности; U - перемещение; F - сила.

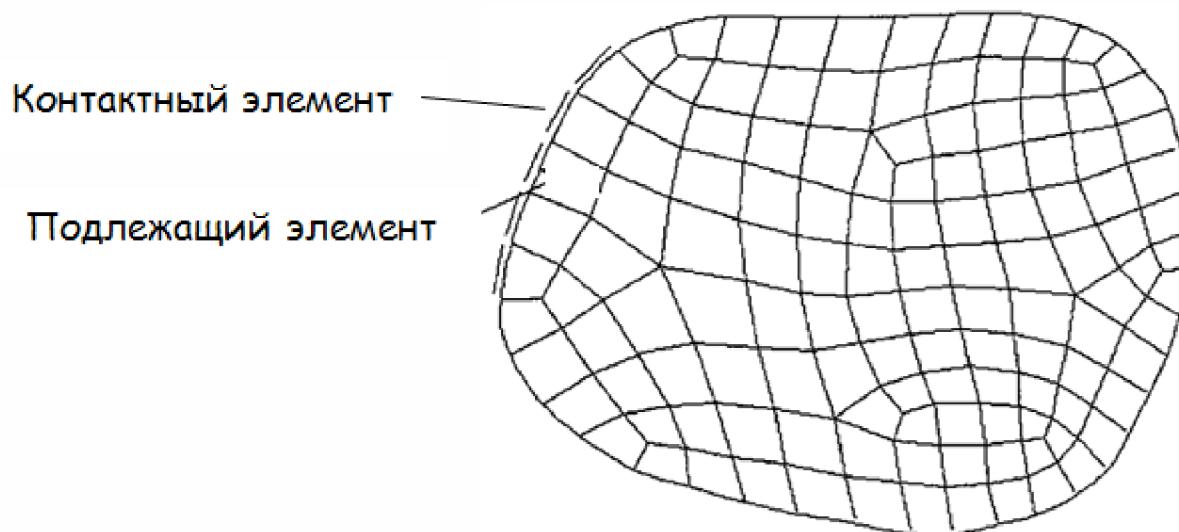


Рис.7. Расположение элементов

Метод штрафных функций (Penalty Method)

Вариация потенциальной энергии для контактного элемента:

$$\delta \Pi_c = f_n \delta g_n + f_t \delta g_t = k_n g_n \delta g_n + \operatorname{sgn}(g_t) \mu_d k_n g_n \delta g_t, \text{ где}$$

$$f_n = k_n g_n$$

$$f_t = -\operatorname{sgn}(g_t) \mu_d (k_n g_n)$$

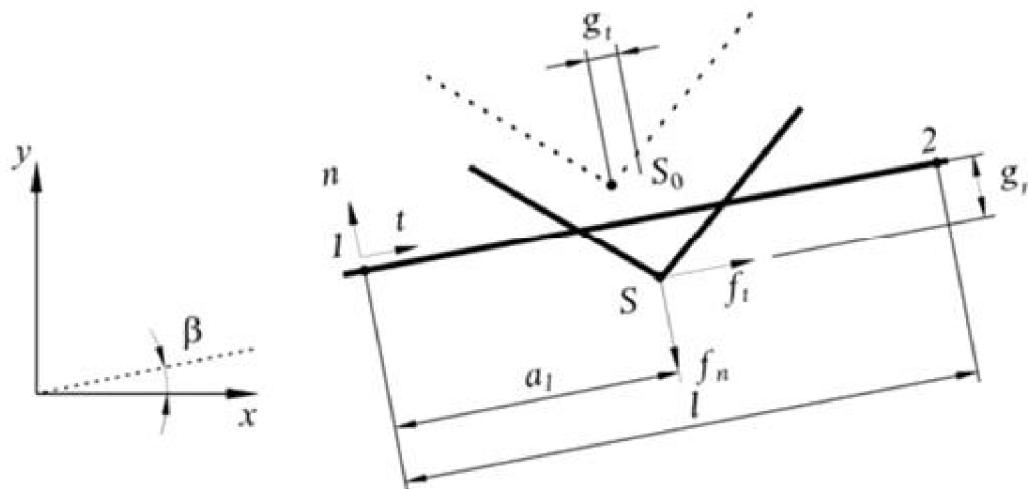


Рис.8. Контакт элемента



Модифицированный метод множителей Лагранжа (Augmented Lagrange Multiplier Method)

Контактная задача при решении метод множителей Лагранжа включает в себя минимизацию потенциальной энергии:

$$\Pi(U, \Lambda) = \Pi_b(U) - \Lambda^T g + \frac{1}{2} g^T k g,$$

где $\Lambda^T = \begin{bmatrix} \{\lambda_n^1\} & \{\lambda_n^2\} & \dots & \{\lambda_n^k\} \\ \{\lambda_t^1\} & \{\lambda_t^2\} & \dots & \{\lambda_t^k\} \end{bmatrix},$

λ_n – множитель Лагранжа в нормальном направлении;

λ_t – множитель Лагранжа в тангенциальном направлении

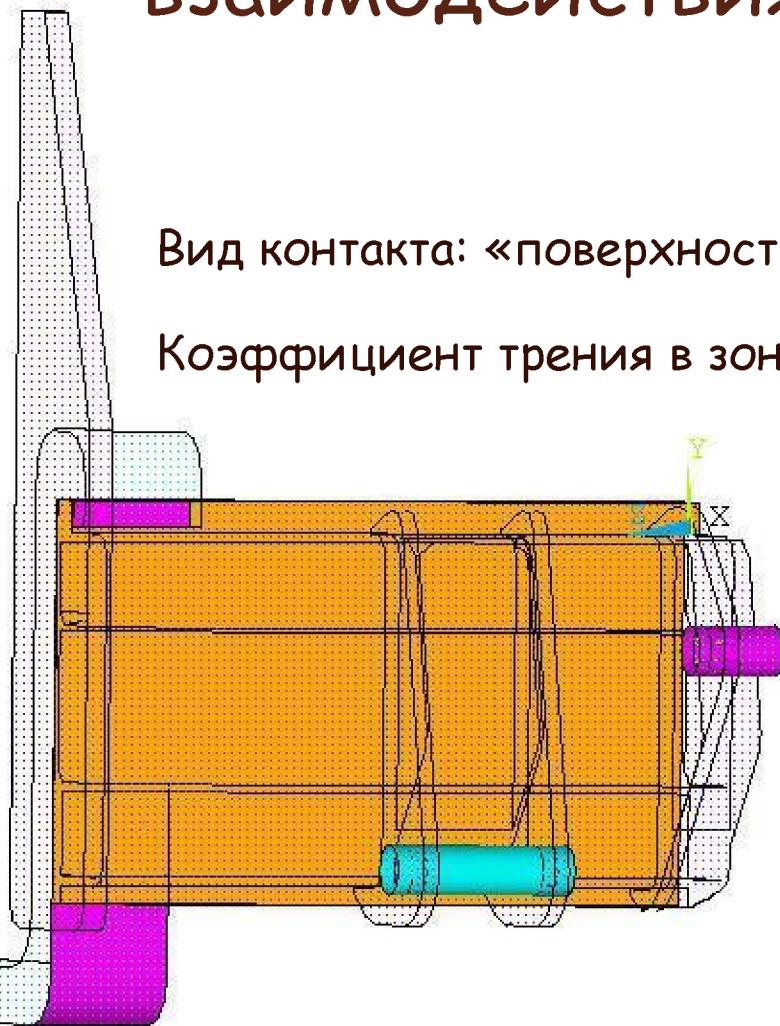
$$g = \begin{bmatrix} \{g_n^1\} & \{g_n^2\} & \dots & \{g_n^k\} \\ \{g_t^1\} & \{g_t^2\} & \dots & \{g_t^k\} \end{bmatrix}$$

Необходимыми и достаточными условиями для этого является выполнение следующих соотношений:

$$\delta \Pi_U = 0;$$

$$\delta \Pi_\Lambda = 0$$

Моделирование контактного взаимодействия



Вид контакта: «поверхность - поверхность»

Коэффициент трения в зоне контакта $f = 0.1$

Рис.9. Контактные поверхности

Результаты расчета - поле распределения перемещений

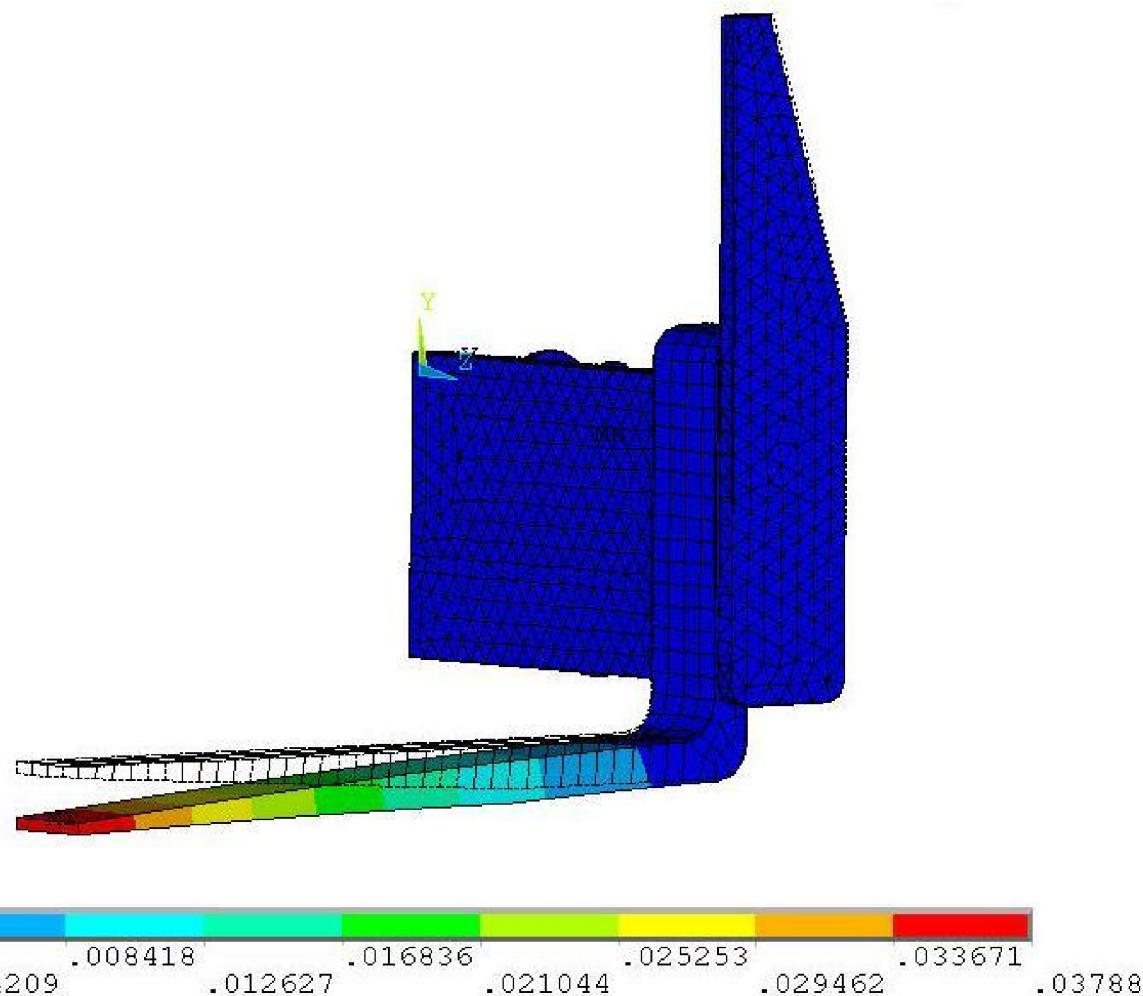


Рис.10. Перемещения точек конструкции (м)

Результаты расчета - поля распределения напряжений

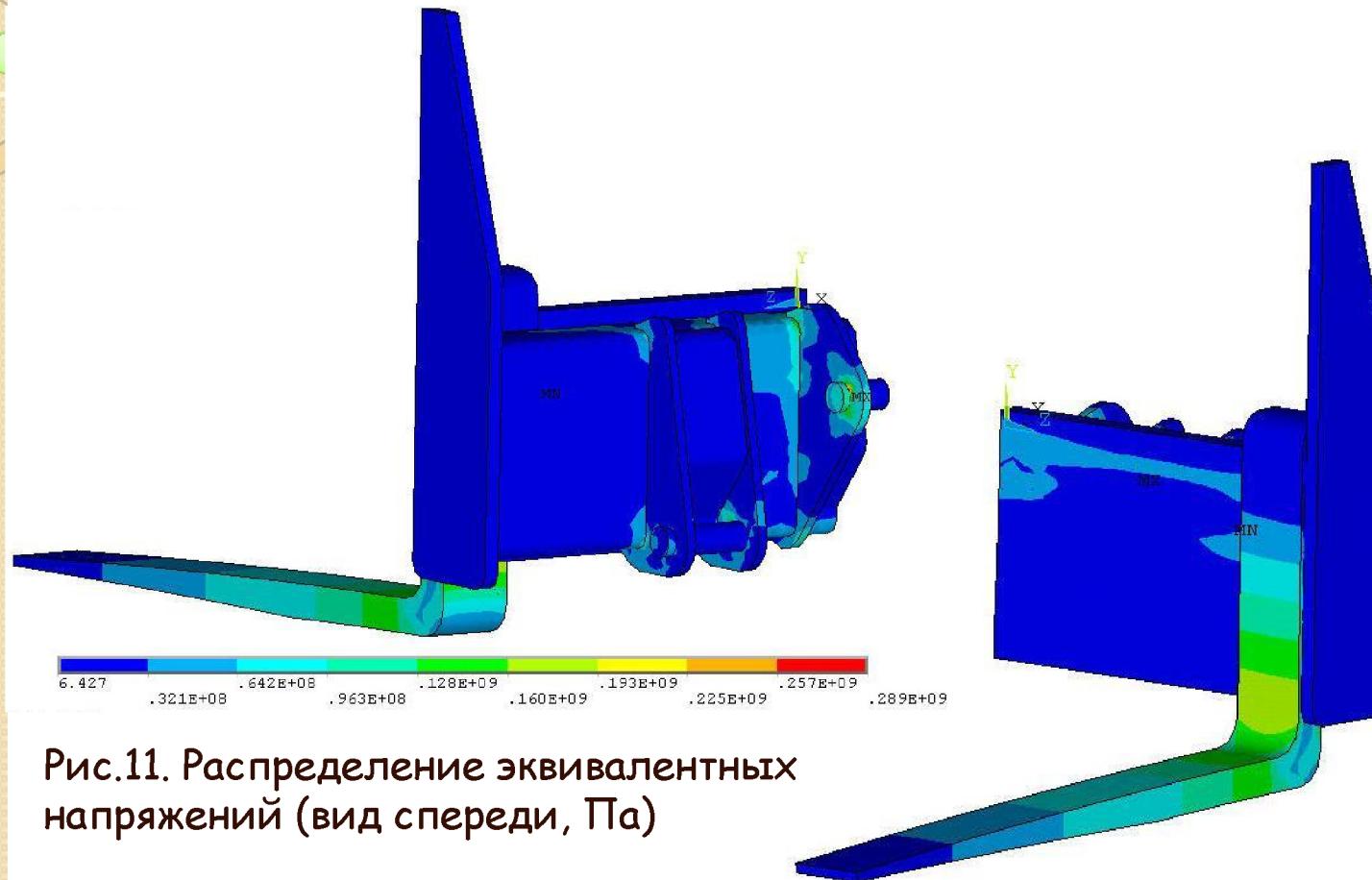


Рис.11. Распределение эквивалентных напряжений (вид спереди, Па)



Рис.12. Распределение эквивалентных напряжений (вид сзади, Па)

Сравнение результатов

Аналитический расчет

- Максимальное перемещение на конце вил составляет 57,34 мм;
- Максимальное напряжение на виле составляет 426 МПа.

Численный расчет

- При расчете без учета контактного взаимодействия максимальные эквивалентные напряжения по Мизесу на виле составляют 199 МПа.
- Максимальное перемещение возникает на конце вил и составляет 38 мм;
- Максимальные эквивалентные напряжения по Мизесу составляют 193 МПа на виле и 289 МПа на проушинах.

Создание геометрической модели объекта

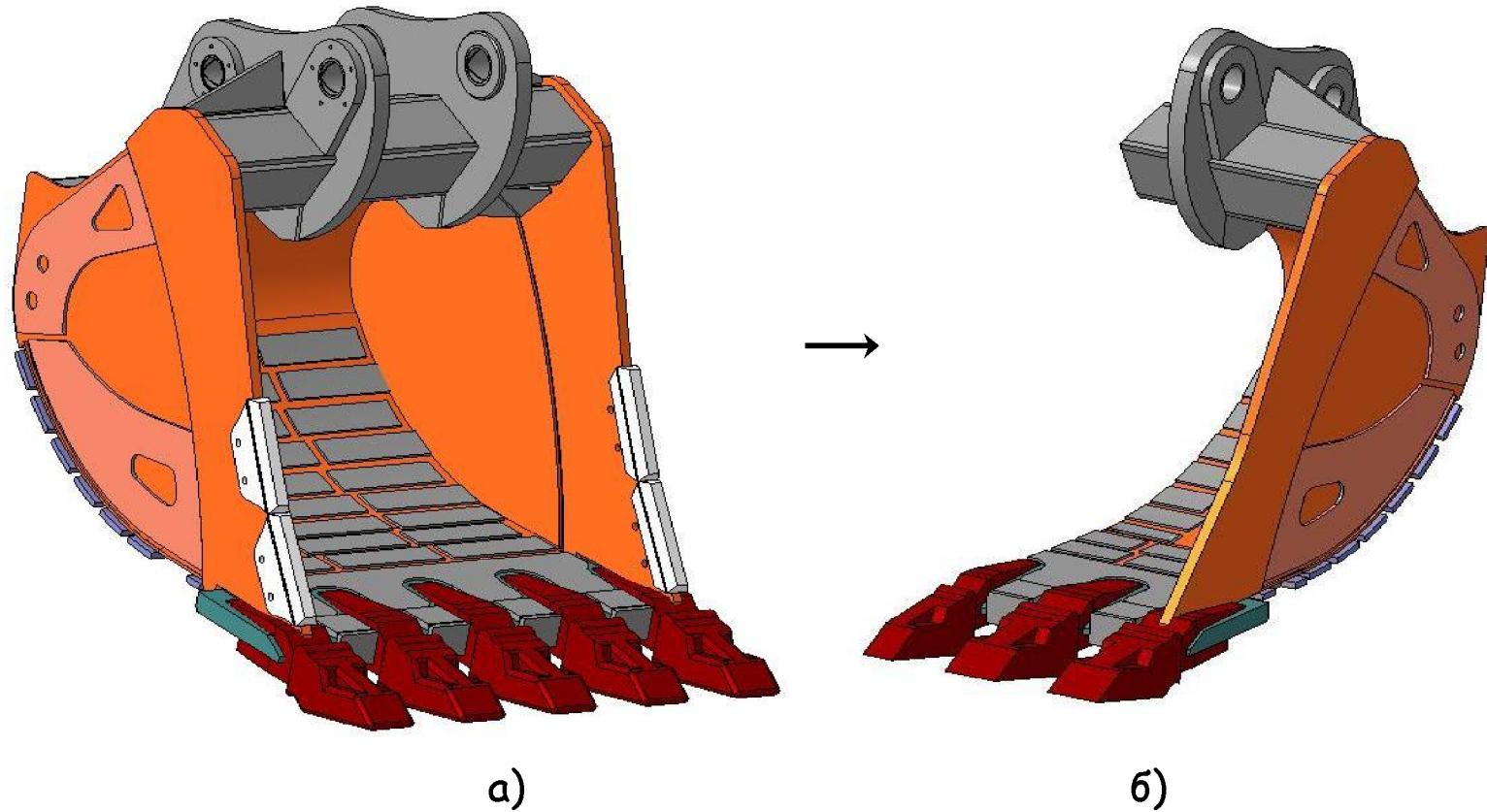
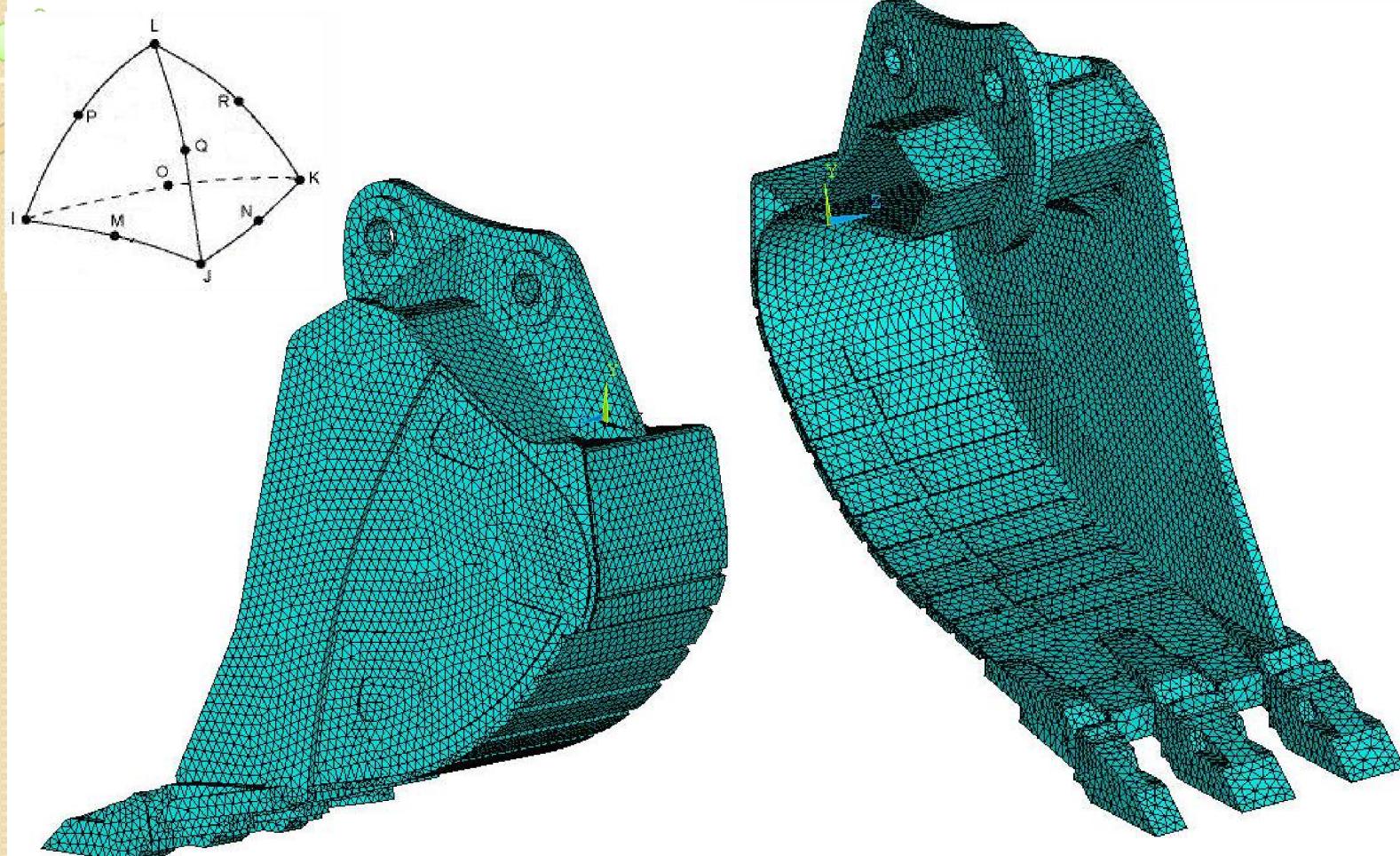


Рис.13. Геометрическая модель ковша: а - без упрощений;
б - с учетом упрощений

Твердотельное построение качественной конечно-элементной сетки



Количество конечных элементов: 57171

Количество узлов: 17066

Реальная модель ковша



а)



б)

Рис.14. а) - трещина на ноже ковша, образовавшаяся в процессе эксплуатации;

б) - трещины на балках ковша, образовавшиеся в процессе эксплуатации.

Выбор типа инженерного анализа и задание граничных условий

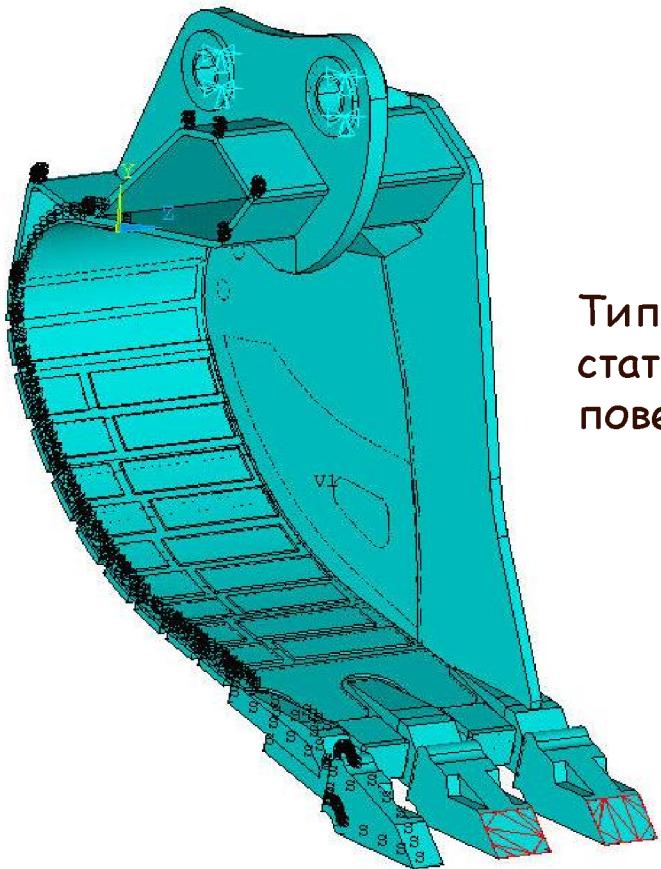


Рис.15. Граничные условия исследуемой модели для 1 случая нагружения

Тип анализа:
статический, линейное
поведение материала.



Рис.16. Граничные условия исследуемой модели для 2 случая нагружения

Результаты расчета - поля распределения напряжений

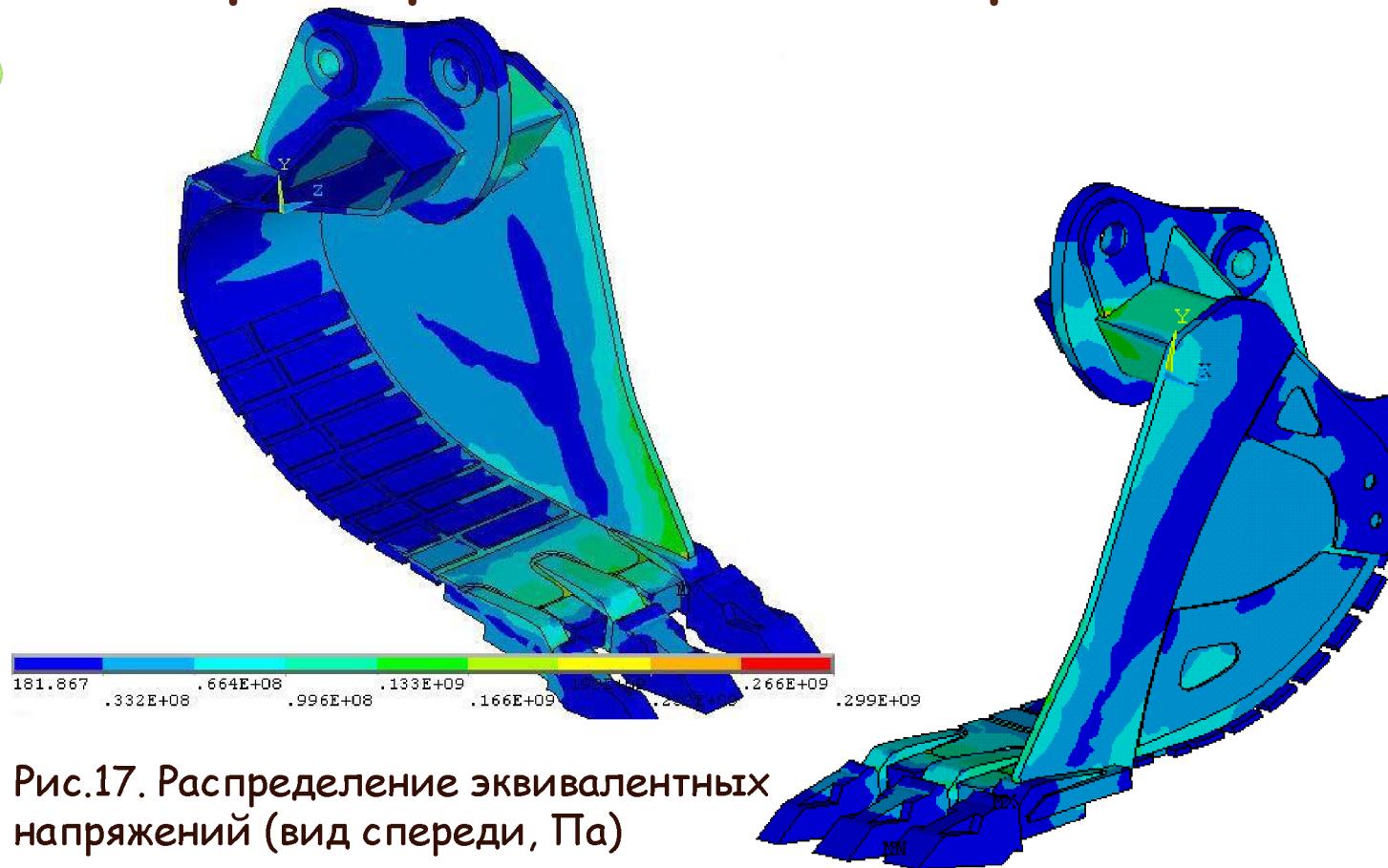


Рис.17. Распределение эквивалентных напряжений (вид спереди, Па)

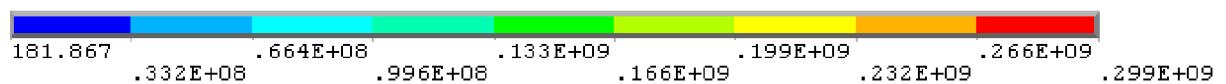
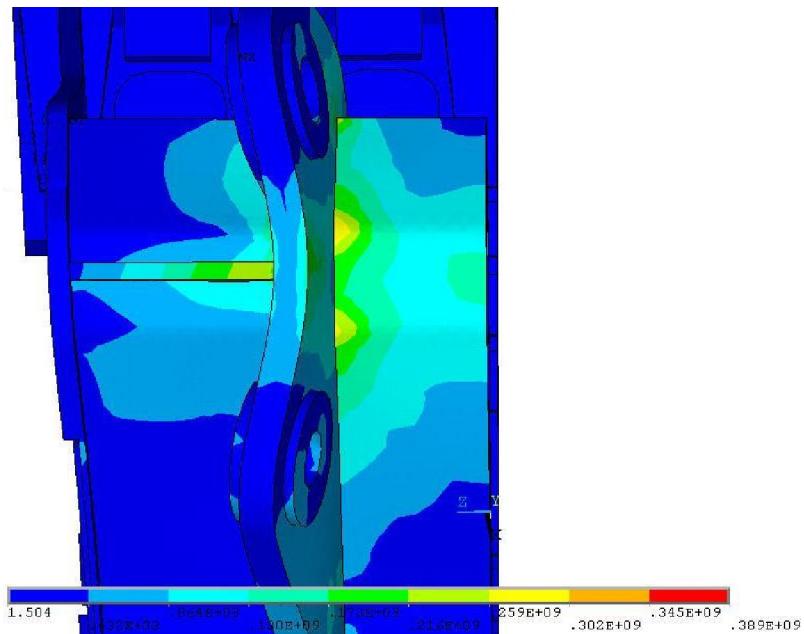
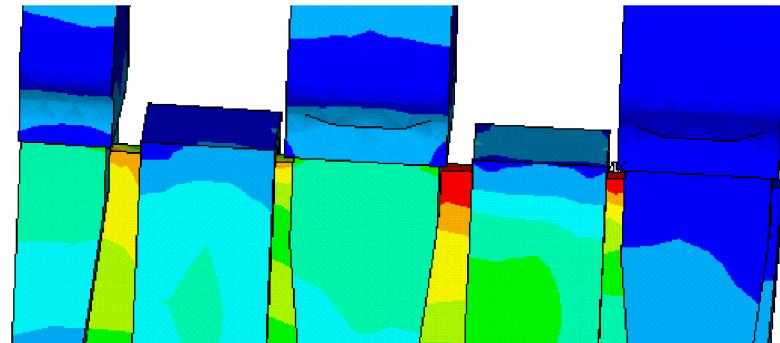


Рис.18. Распределение эквивалентных напряжений (вид сбоку, Па)

Результаты расчета - поля распределения напряжений





Выводы:

- разработана методика расчета напряженно-деформированного состояния;
- рассмотрены условия нагружения исследуемых объектов, проведен анализ перемещений и напряжений на основе МКЭ с учетом контактного взаимодействия;
- на основе полученных результатов даны рекомендации по устранению выявленных недостатков в рассмотренных конструкциях.



Результаты работы доложены на конференциях:

- VII Региональная научно-техническая конференция студентов, аспирантов и молодых ученых «Энергия-2012»;
- региональная конференция студентов «Молодая математика».