

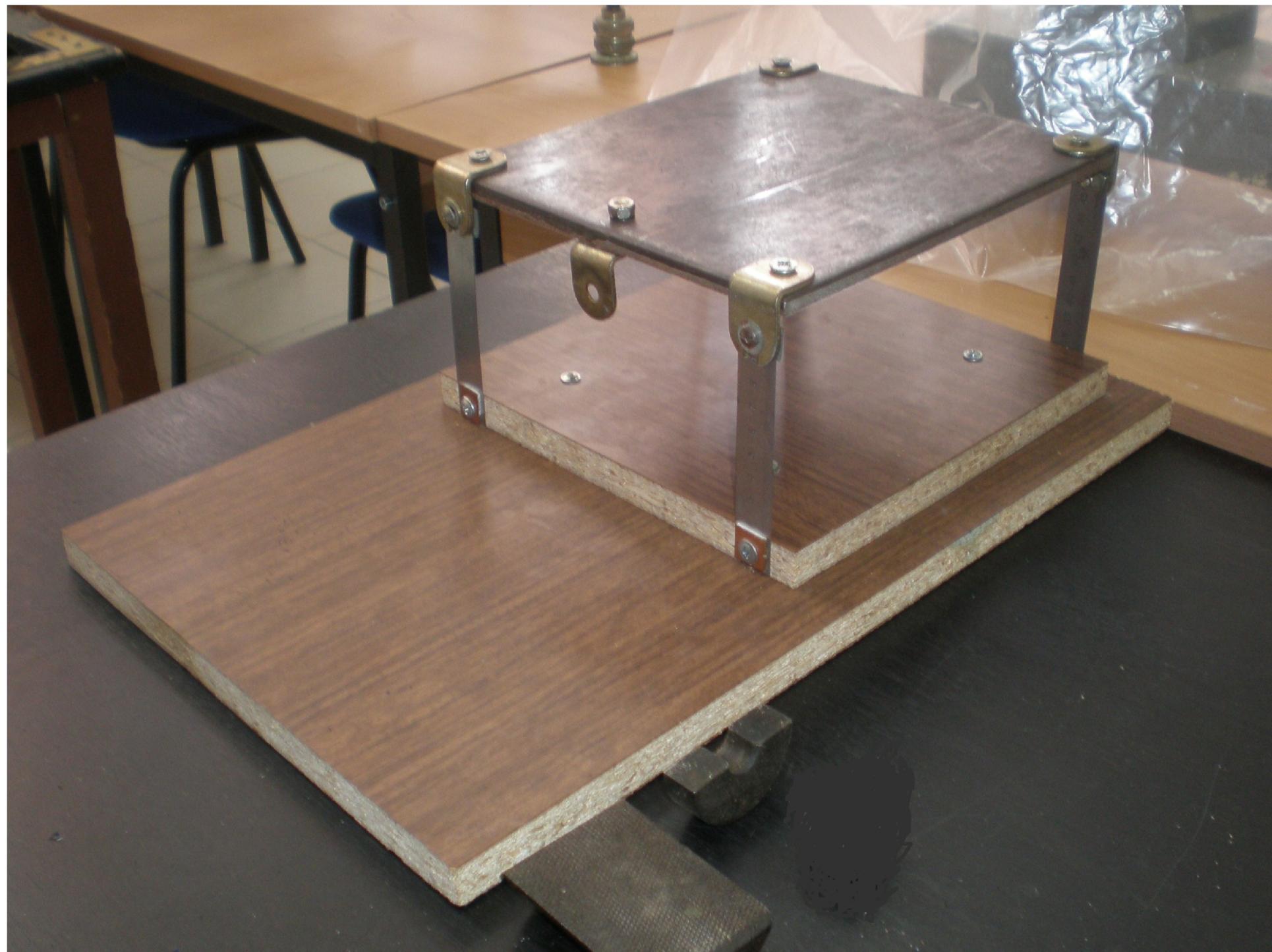
Министерство образования и науки РФ
Ивановский государственный энергетический университет
Кафедра теоретической и прикладной механики

Дипломный проект

**“Разработка лабораторного стенда по исследованию колебаний тела на
вибрирующем основании”**

Проектировал: Николаичев Д.А.
Научный руководитель: Муницаин А.И.

Иваново 2012

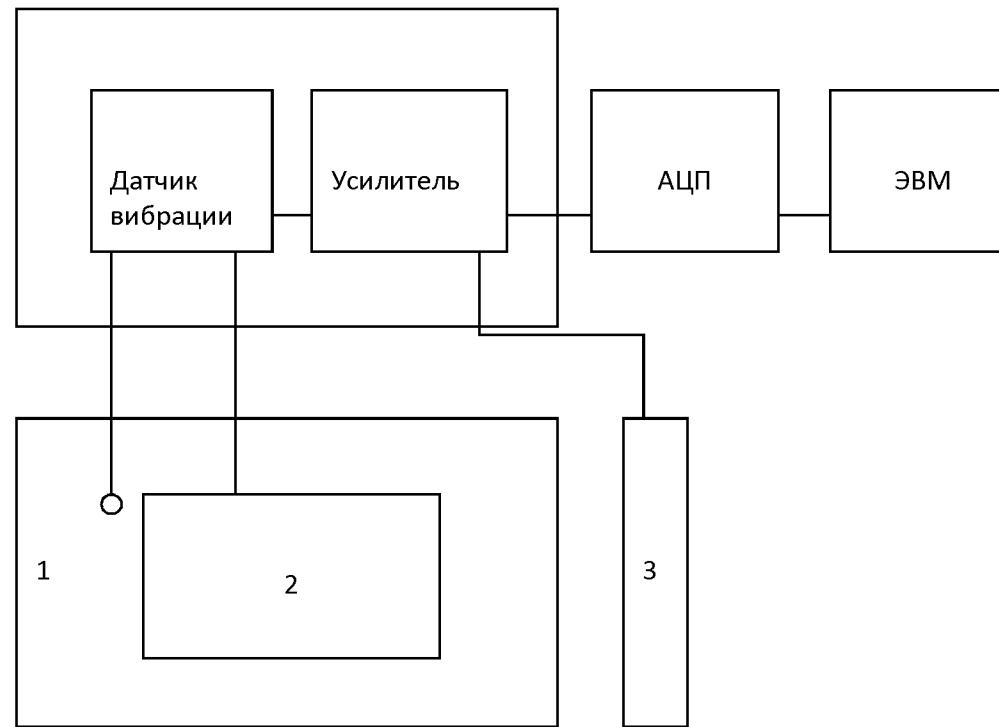


Функциональная схема стенда

1. Подвижное основание (платформа)

2. Тележка

3. Катушка индуктивности



Расчет собственной частоты

Коэффициенты канонических уравнений

$$\delta_{11} = \frac{1}{EJ} \left(\frac{l^2}{2} \cdot \frac{2l}{3} \right) = \frac{l^3}{3EJ}$$

$$\delta_{12} = \delta_{21} = \frac{1}{EJ} \left(\frac{1}{2} \cdot l \cdot l \cdot l \right) = \frac{l^3}{2EJ}$$

$$\delta_{22} = \frac{1}{EJ} (l \cdot l \cdot l) = \frac{l^3}{EJ}$$

$$\Delta_{1p} = \frac{1}{EJ} \left(\frac{l^2}{2} \cdot \frac{2Pl}{3} \right) = \frac{Pl^3}{3EJ}$$

$$\Delta_{2p} = \frac{1}{EJ} \left(l \cdot l \cdot \frac{2Pl}{3} \right) = \frac{2Pl^3}{3EJ}$$

Уравнение движения для вынужденных колебаний

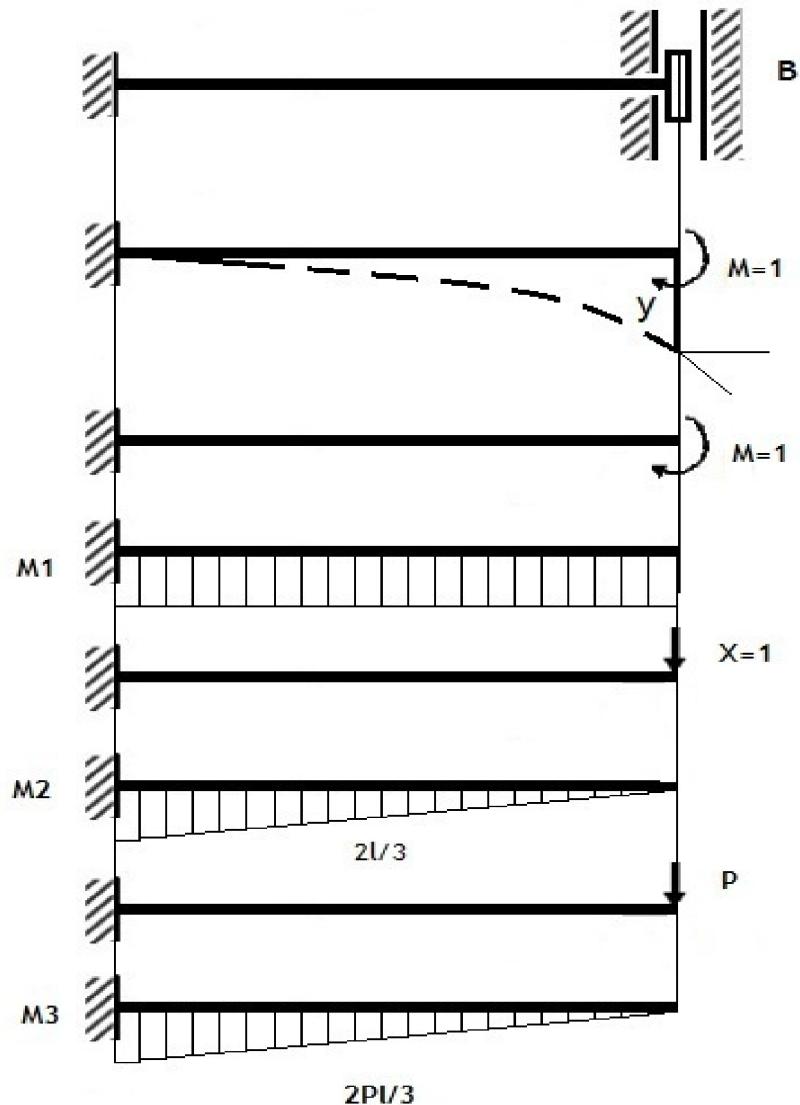
$$y = -m\ddot{y}\delta_{11} - J\ddot{\phi}\delta_{12} + \Delta_{1p}$$

$$\varphi = -m\ddot{y}\delta_{21} - J\ddot{\phi}\delta_{22} + \Delta_{2p} \equiv 0$$

$$y = -m\ddot{y}\delta_{11} - J \left(-\frac{m\ddot{y}\delta_{21} + \Delta_{2p}}{J\delta_{22}} \right) \delta_{12} + \Delta_{1p}$$

$$\ddot{y} \left(m\delta_{11} - \frac{m\delta_{21}\delta_{12}}{\delta_{22}} \right) + y = \Delta_{1p} - \frac{\Delta_{2p}\delta_{12}}{\delta_{22}}$$

$$\omega^2 = \frac{1}{m\delta_{11} - \frac{m\delta_{21}\delta_{12}}{\delta_{22}}}$$



Расчет амплитуды вынужденных колебаний системы с диссипацией

Вынужденные колебания с диссипацией описываются уравнением

$$m\ddot{x} + b\dot{x} + cx = P_0 \sin(\theta t + \varphi)$$

$$\ddot{x} + 2\varepsilon \dot{x} + \omega^2 x = \frac{P_0}{m} \cdot \sin(\theta t + \varphi)$$

Решение уравнения , представим в виде $x = A \sin \theta t$

$$(\omega^2 - \theta^2)A \sin \theta t + 2\varepsilon \theta A \cos \theta t = \frac{P_0}{m} \cdot \sin \theta t \cos \varphi + \frac{P_0}{m} \cdot \cos \theta t \sin \varphi$$

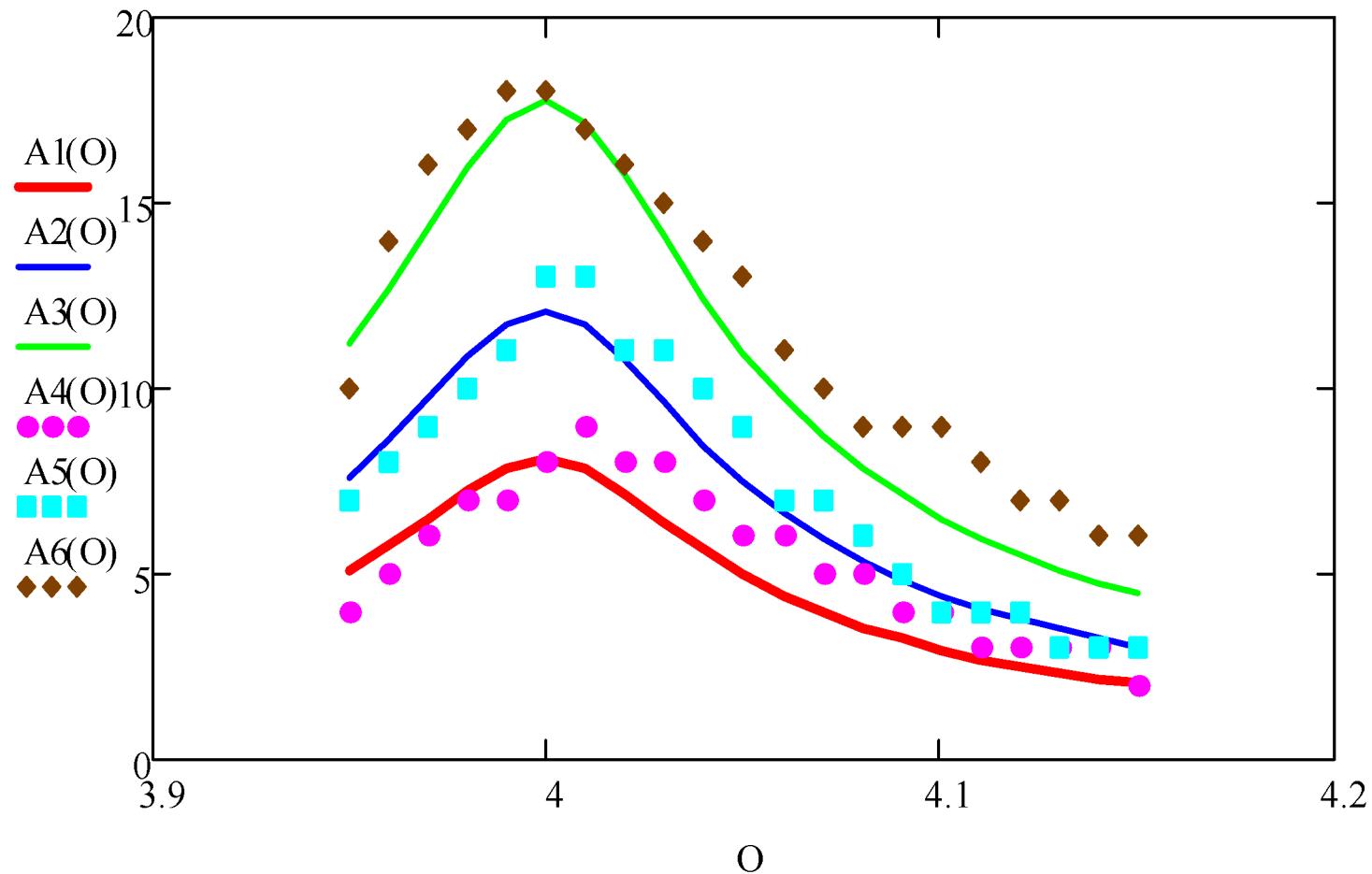
$$\begin{cases} (\omega^2 - \theta^2)A - \frac{P_0}{m} \cos \varphi \\ 2\varepsilon \theta A = \frac{P_0}{m} \sin \varphi \end{cases}$$

$$(\omega^2 - \theta^2)^2 A^2 + 4\varepsilon^2 \theta^2 A^2 = \left(\frac{P_0}{m}\right)^2 \cdot \cos^2 \varphi + \left(\frac{P_0}{m}\right)^2 \cdot \sin^2 \varphi$$

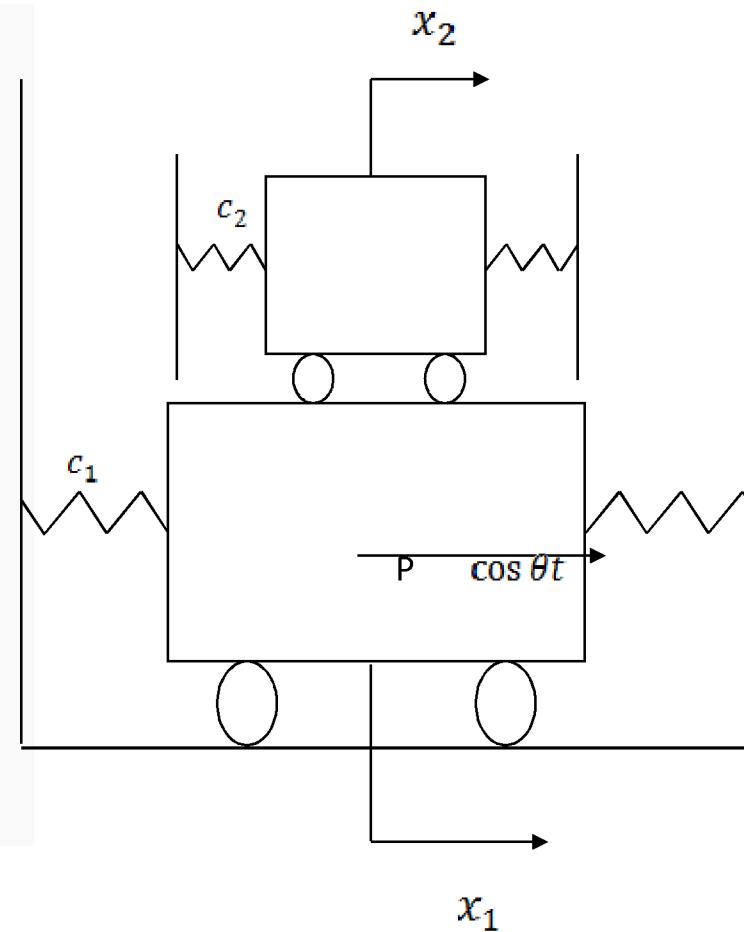
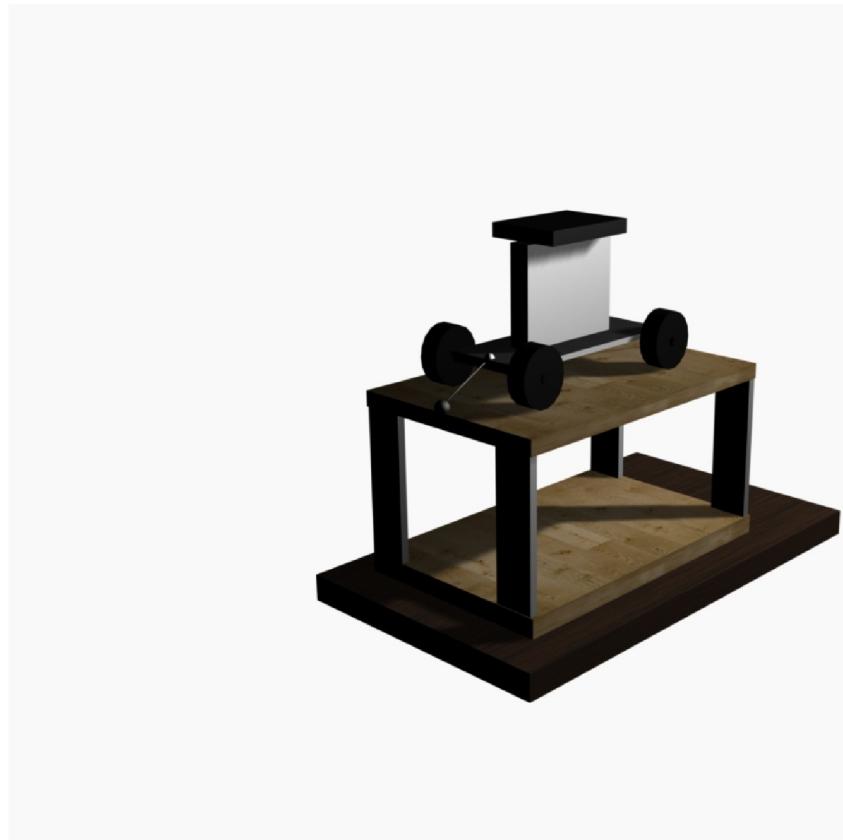
$$\omega^4 A^2 - 2\omega^2 \theta^2 A^2 + \theta^4 A^2 + 4\varepsilon^2 \theta^2 A^2 = \left(\frac{P_0}{m}\right)^2$$

$$A = \sqrt{\frac{P_0^2}{m^2 (\omega^4 - 2\omega^2 \theta^2 + \theta^4 + 4\varepsilon^2 \theta^2)}} = \frac{P}{m \sqrt{(\omega^2 - \theta^2)^2 + 4\varepsilon^2 \theta^2}}$$

Экспериментальные и расчетные графики АЧХ стенда



Эскиз стенда с закрепленным грузом. Расчетная схема



Расчет собственных частот

Уравнения Лагранжа второго рода

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_1} \right) - \frac{\partial T}{\partial x_1} = - \frac{\partial \Pi}{\partial x_1}$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_2} \right) - \frac{\partial T}{\partial x_2} = - \frac{\partial \Pi}{\partial x_2}$$

Система дифференциальных уравнений движения системы:

$$\begin{cases} m_1 \cdot \ddot{x}_1 + c_1 \cdot x_1 - c_2 \cdot x_2 + c_2 \cdot x_1 = 0 \\ m_2 \cdot \ddot{x}_2 + c_2 \cdot x_2 - c_2 \cdot x_1 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (c_1 + c_2 - m_1 \omega^2)V_1 - c_2 V_2 = 0 \\ -c_1 V_1 + (c_2 - m_2 \omega^2)V_2 = 0 \end{cases}$$

Характеристическое уравнение:

$$(c_1 + c_2 - m_1 \omega^2)(c_2 - m_2 \omega^2) - c_1 \cdot c_2 = 0$$

Корни уравнения:

$$\begin{aligned} \omega_{1,2}^2 &= \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \\ &= \frac{c_2 m_1 + (c_1 + c_2)m_2 \pm \sqrt{(c_2 m_1 + (c_1 + c_2)m_2)^2 - 4(m_1 m_2 \cdot (-c_1 \cdot c_2 - (c_1 + c_2)c_2))}}{2m_1 m_2} \end{aligned}$$

Расчет амплитуды вынужденных колебаний системы

Система дифференциальных уравнений движения системы

$$\begin{cases} m_1 \cdot \ddot{x}_1 + c_1 \cdot x_1 - c_2 \cdot x_2 + c_2 \cdot x_1 = P \cos \theta t \\ m_2 \cdot \ddot{x}_2 + c_2 \cdot x_2 - c_2 \cdot x_1 = 0 \end{cases}$$

Решение задачи сводится к системе уравнений

$$\begin{cases} (c_1 + c_2 - m_1 \theta^2) A_1 - c_2 A_2 = P \\ -c_1 A_1 + (c_2 - m_2 \theta^2) A_2 = 0 \end{cases}$$

Амплитуда платформы

$$A_1 = \frac{P}{c_1 + c_2 - m_1 \theta^2 - \frac{c_1 c_2}{c_2 - m_2 \theta^2}}$$

Амплитуда тележки

$$A_2 = \frac{c_1 \frac{P}{c_1 + c_2 - m_1 \theta^2 - \frac{c_1 c_2}{c_2 - m_2 \theta^2}}}{c_2 - m_2 \theta^2}$$

Расчетные и экспериментальные графики АЧХ платформы и тележки

