

Международная Инновационно-ориентированная Конференция Молодых Учёных и
Студентов "МИКМУС-2014"

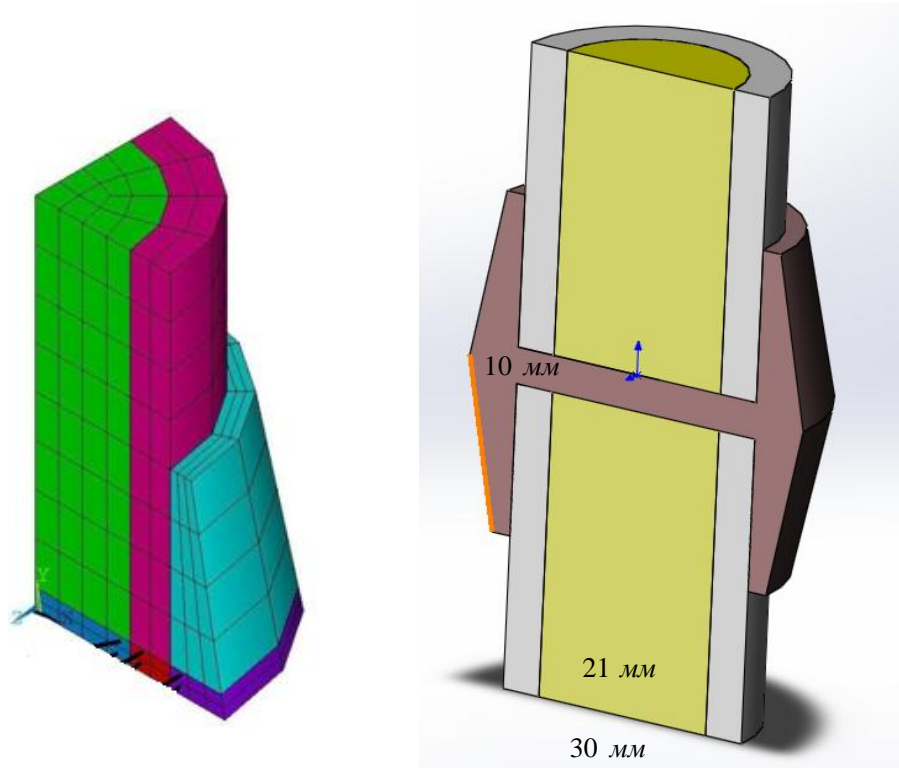
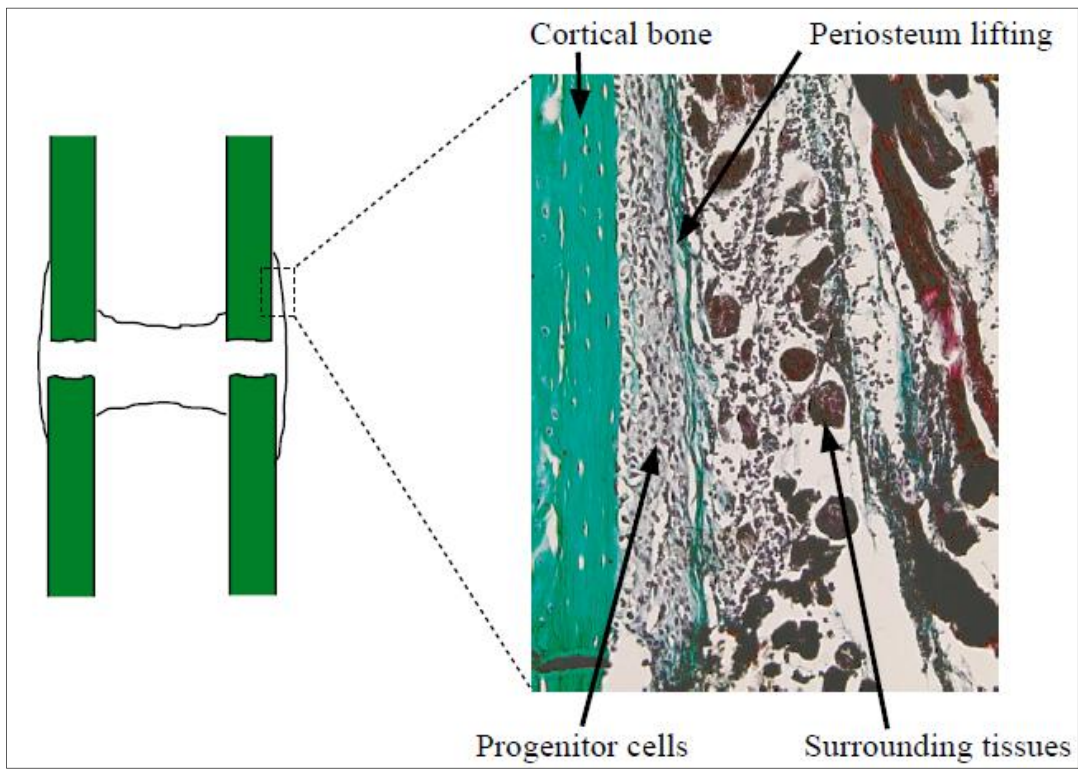
МОДЕЛИРОВАНИЕ ВОССТАНОВЛЕНИЯ КОСТНОЙ ТКАНИ ПОСЛЕ ПЕРЕЛОМА

В.М. Седов, Н.А. Сабанеев
Руководитель Л.Б. Маслов

Ивановский государственный энергетический университет
Кафедра теоретической и прикладной механики
Межвузовская лаборатория биомеханики

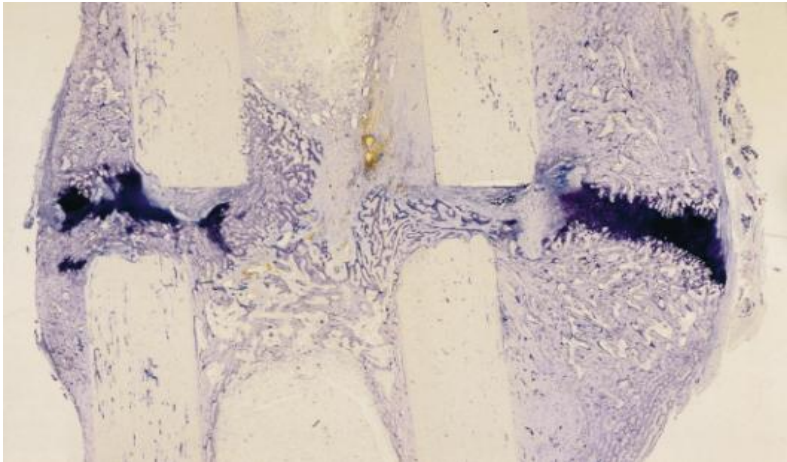
153003, Иваново, ул. Рабфаковская 34, ИГЭУ. <http://tipm.ispu.ru>

Структурная перестройка – репаративная регенерация ткани в результате дифференциации клеток и действия внешнего силового поля



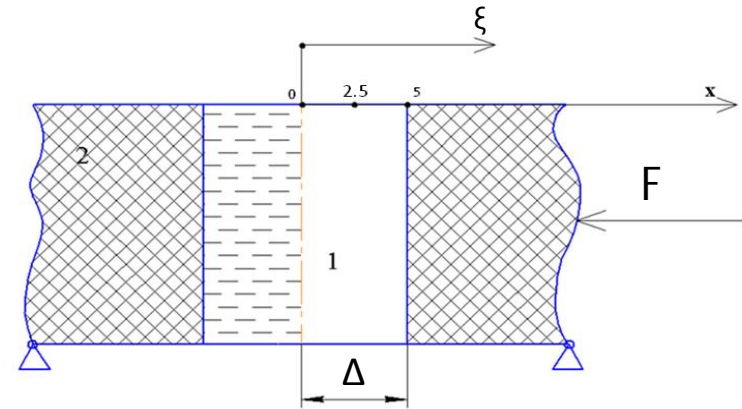
Цели : рассмотрение одномерной модели структурной перестройки костной ткани

Постановка задачи имитационного моделирования регенерации костной ткани (одномерная)

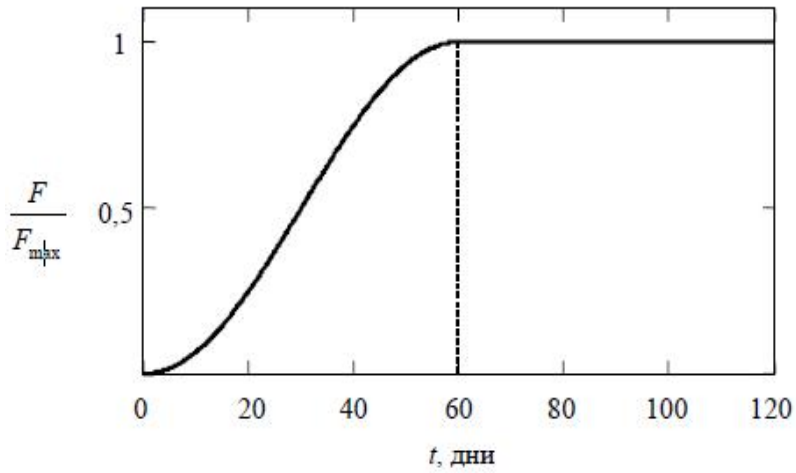


$$\xi = X/\Delta$$

$$\Delta = 5 \text{ мм}$$

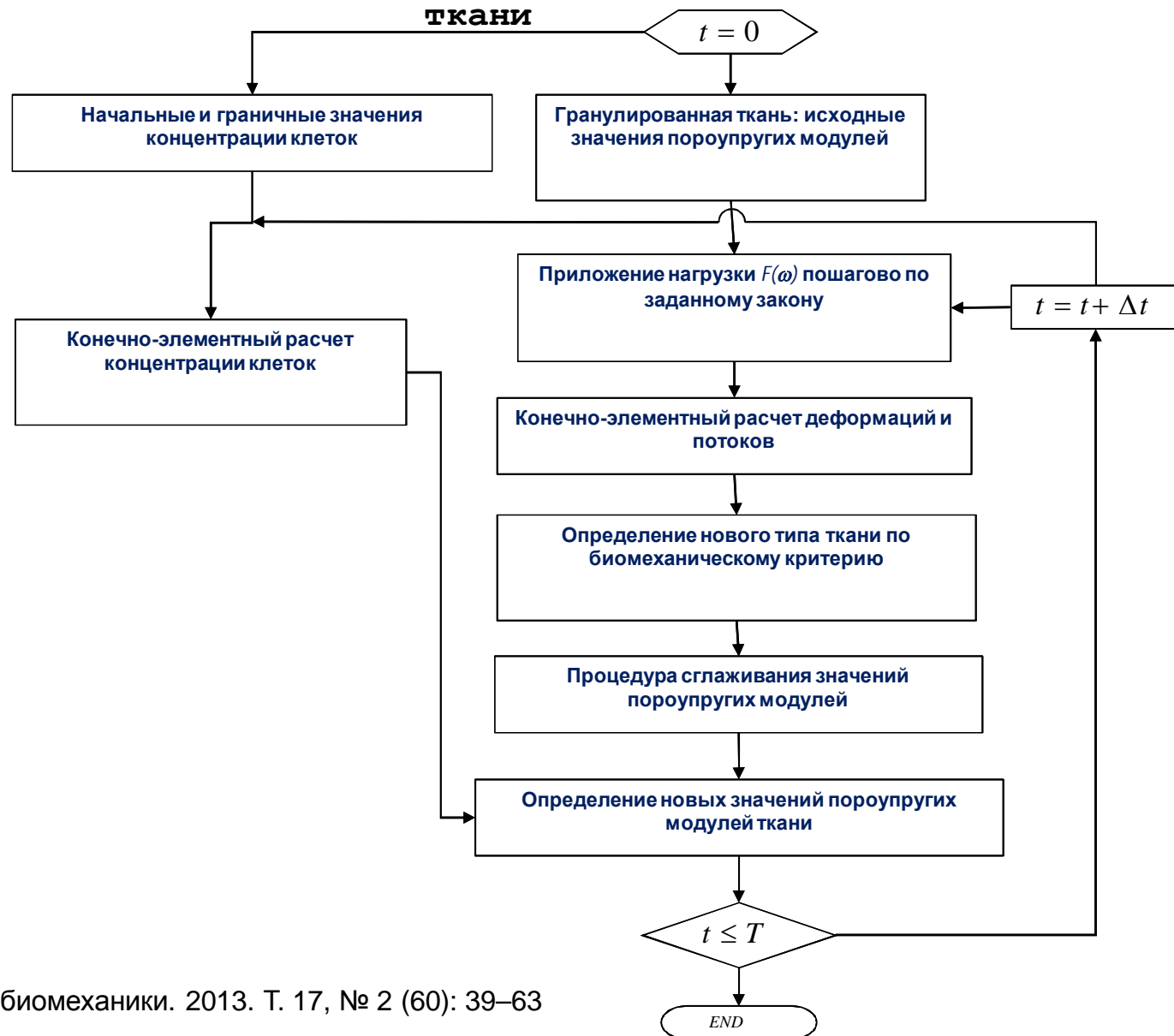


- 1 – область сращения (костная мозоль)
- 2 – здоровая кость
- ξ – масштабированная ось координат
- Площадь поперечного сечения 100 мм^2

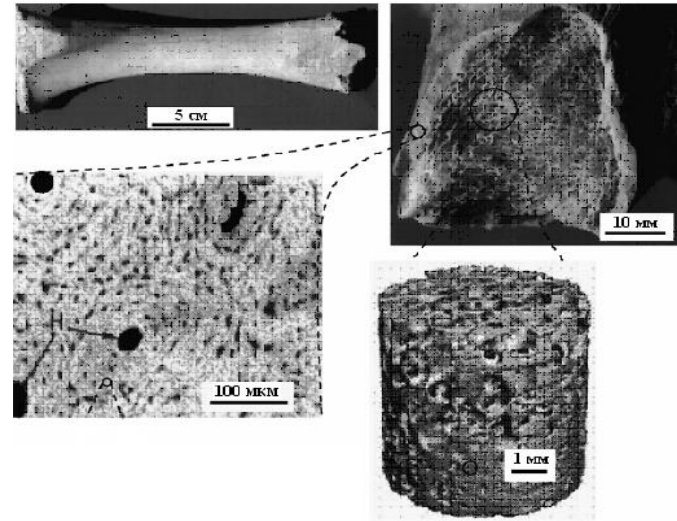
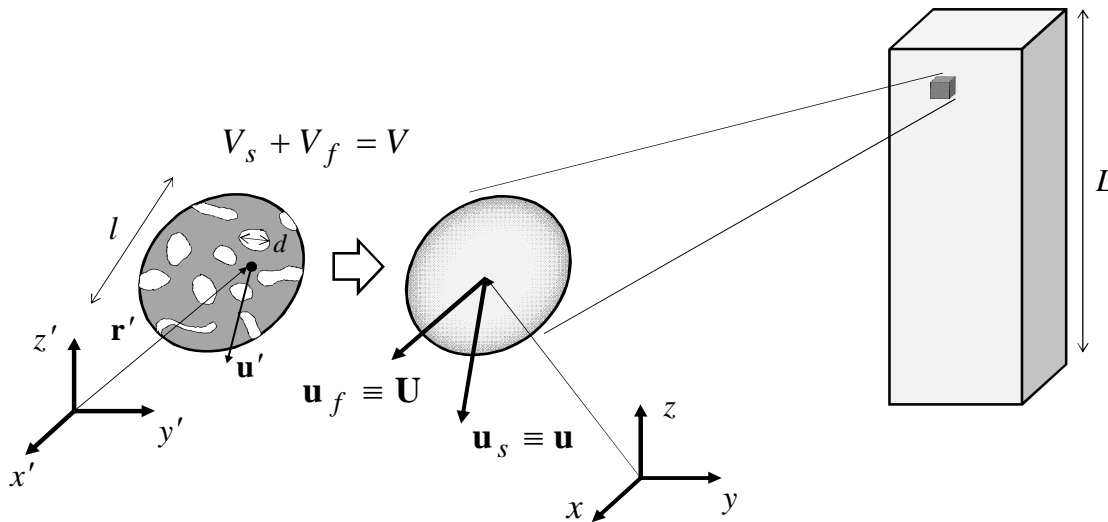


T1 – время выхода силы F на максимальный уровень (60 дней)

Блок-схема алгоритма математического моделирования структурной перестройки костной



Пороупругая модель костной ткани



Уравнения динамики пороупругой среды в «u-p» переменных (в одномерной постановке)

Граничные условия

Нахождение основных переменных для решения задачи

$$-E\hat{u}'' - (\rho - \tilde{\gamma}(\omega)\rho_f)\omega^2\hat{u} + (\alpha - \tilde{\gamma}(\omega))\hat{p}' = \hat{f}_{Vx},$$

$$-\tilde{K}(\omega)\hat{p}'' + i\omega\phi^2 R^{-1}\hat{p} + i(\alpha - \tilde{\gamma}(\omega))\omega\hat{u}' = 0.$$

$$\hat{u}(0) = 0, \quad \hat{p}'(0) = 0,$$

$$\hat{u}'(l) = 0, \quad \hat{p}(l) = 0.$$

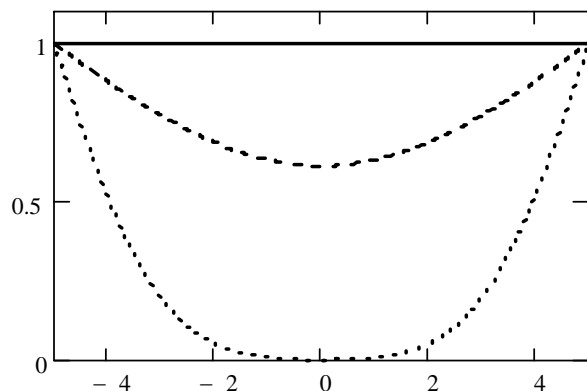
$$\hat{\varepsilon}(x) = \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{(\tilde{K}(\omega)(n\pi/2l)^2 + i\omega\phi^2 R^{-1})(n\pi/2l) f_n}{\Delta(\omega)} \cos \frac{n\pi x}{2l},$$

$$\hat{q}(x) = \tilde{K}(\omega) \sum_{k=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{i\omega(\alpha - \tilde{\gamma}(\omega))(n\pi/2l)^2 f_n}{\Delta(\omega)} \sin \frac{n\pi x}{2l}.$$

Алгоритм образования нового фенотипа

Lacroix, D., Prendergast, P.J., Li, G., Marsh, D., 2002.
Biomechanical model to simulate tissue differentiation
and bone regeneration...

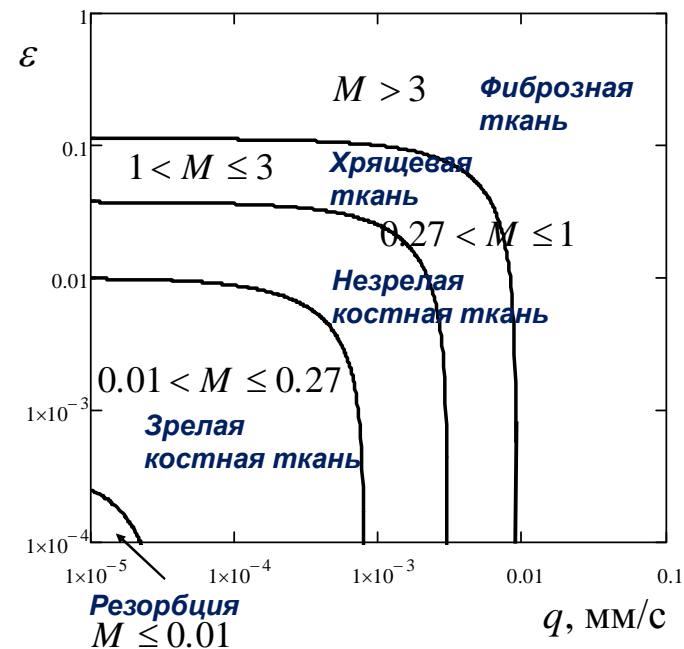
Концентрация активных клеток



Механорегулирующий индекс

$$M = \frac{\varepsilon}{a} + \frac{q}{b}$$

$$a = 0.0375, \quad b = 3 \text{ мкм/с}$$

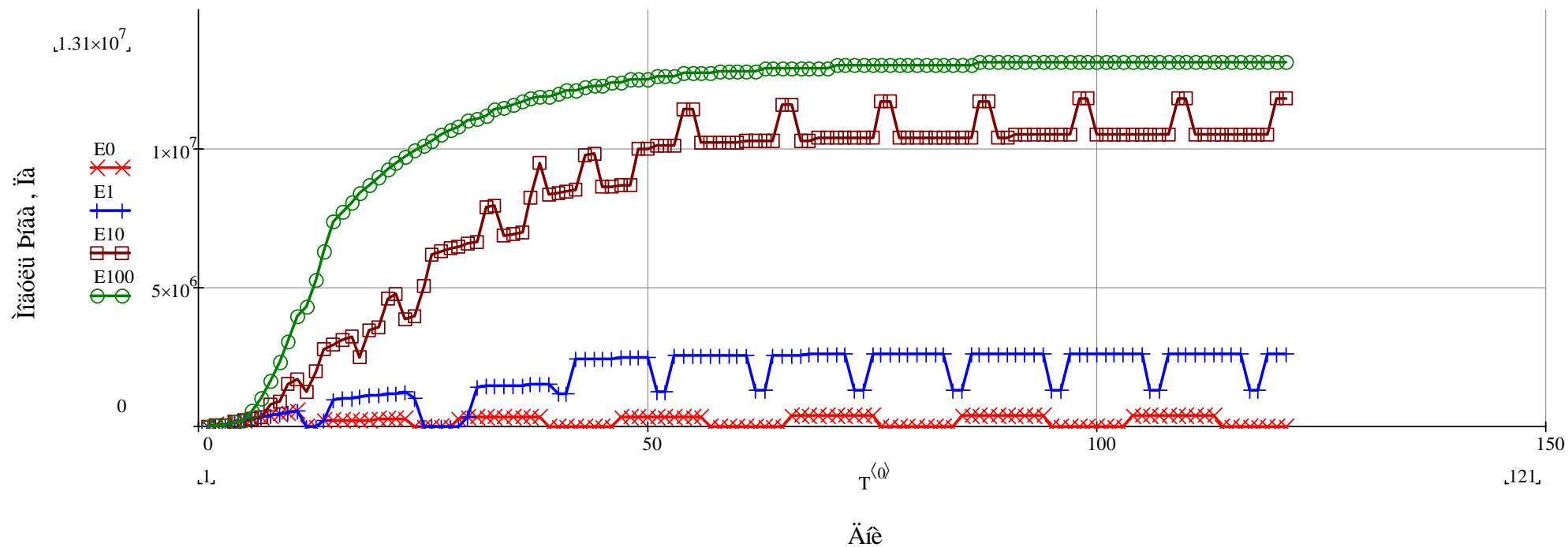


$$\frac{\partial}{\partial x} \left(J \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) - \frac{\partial \psi}{\partial t} = 0,$$

**Пороупругие
характеристики
основных фенотипов
перестраивающейся
ткани**

| Тип ткани | ϕ | α | ρ , кг/м ³ | $E^{(dr)}$, Па | $G^{(dr)}$, Па | R , Па | K , м ⁴ /Н·с |
|------------------------------|--------|----------|-------------------------------|----------------------|----------------------|-------------------|------------------------------|
| Гранулированная | 0,99 | 1,000 | 1021 | $1,36 \cdot 10^5$ | $0,57 \cdot 10^5$ | $2,29 \cdot 10^9$ | $1,0 \cdot 10^{-14}$ |
| Фиброзная | 0,80 | 0,990 | 1100 | $1,15 \cdot 10^6$ | $0,47 \cdot 10^6$ | $0,21 \cdot 10^9$ | $1,0 \cdot 10^{-14}$ |
| Хрящевая | 0,80 | 0,995 | 1120 | $5,82 \cdot 10^6$ | $2,35 \cdot 10^6$ | $1,07 \cdot 10^9$ | $5,0 \cdot 10^{-15}$ |
| Незрелая кость | 0,65 | 0,893 | 1182 | $3,73 \cdot 10^9$ | $0,97 \cdot 10^9$ | $1,42 \cdot 10^9$ | $1,0 \cdot 10^{-13}$ |
| Зрелая кость | 0,20 | 0,435 | 1416 | $1,31 \cdot 10^{10}$ | $0,45 \cdot 10^{10}$ | $0,39 \cdot 10^9$ | $3,7 \cdot 10^{-13}$ |
| Компактное вещество кости | 0,10 | 0,367 | 1468 | $2,11 \cdot 10^{10}$ | $0,63 \cdot 10^{10}$ | $0,19 \cdot 10^9$ | $1,0 \cdot 10^{-17}$ |

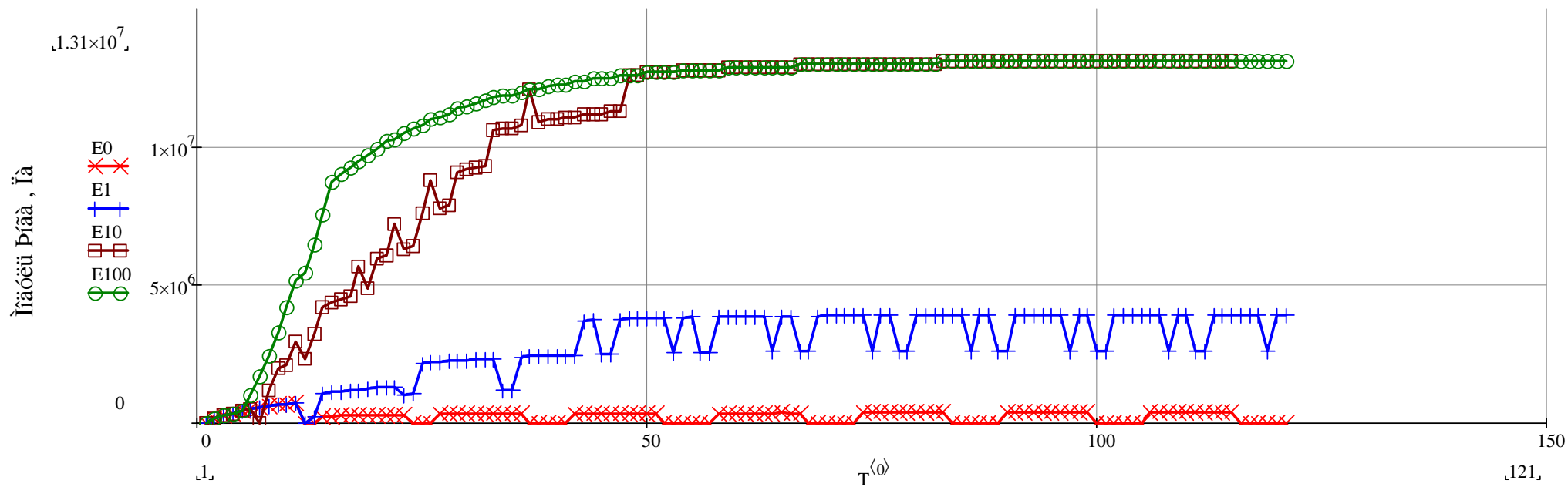
Динамика изменения модуля упругости (Модуль Юнга) для точки $\xi = 0.25$



- ××× 0 Hz
- + + + 1 Hz
- □ □ 10 Hz
- ○ ○ 100 Hz

Модуль Юнга при частоте 100 Гц выходит на нужный уровень в 87 день
 ψ (87 день) = 99.6 %

Динамика изменения модуля упругости (Модуль Юнга) для точки $\xi = 0.5$

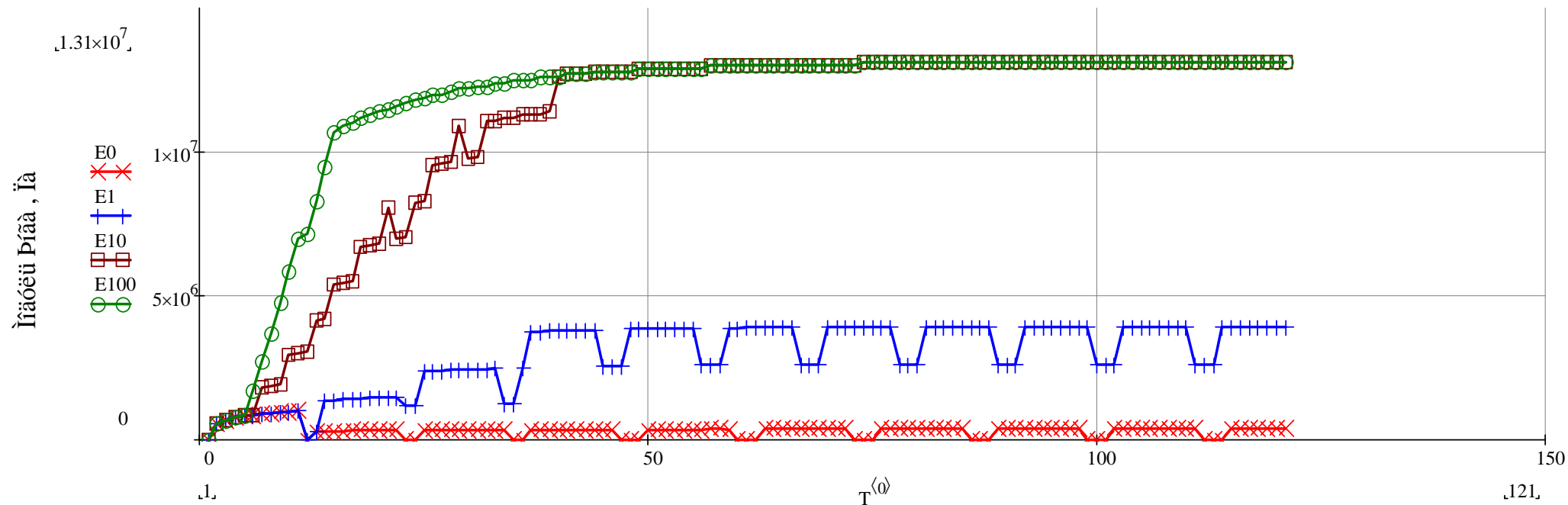


- ✕✕ 0 Hz
- + + 1 Hz
- ▣▣ 10 Hz
- ○ 100 Hz

Äîè

Модуль Юнга при частоте 100 Гц выходит на нужный уровень в 83 день
 При частоте 10 Гц , так же в 83 день
 ψ (83 день) = 99.6 %

Динамика изменения модуля упругости (Модуль Юнга) для точки $\xi = 0.75$



- ✕✕ 0 Hz
- + + 1 Hz
- ▣▣ 10 Hz
- ○ 100 Hz

Модуль Юнга при частоте 100 Гц выходит на нужный уровень в 74 день
 При частоте 10 Гц , так же в 74 день
 ψ (74 день) = 99.6 %