



# Исследование влияния граничных условий на динамические деформации пластин

Выполнил: студент группы 4-33

Аксенов А.Д.

Руководитель: к.т.н., доцент Ноздрин М.А.

Иваново 2020

# Постановка задачи

- Кафедра Теоретической и прикладной механики располагает достаточно большим количеством экспериментальных учебных стендов. Вместе с тем необходимо отметить, что в учебной дисциплине «Динамика стержней, пластин и оболочек» отсутствует учебный стенд по вынужденным колебаниям пластин. В настоящей работе рассматривается постановка задачи, связанная с разработкой и исследованием экспериментального стенда поперечных колебаний пластины.
- Задача состоит в нахождении собственных частот колебаний пластины тремя методами: экспериментальным, численным и аналитическим и дальнейшим сравнением экспериментального с двумя другими для измерения точности проводимых экспериментов.

# Схема экспериментальной установки

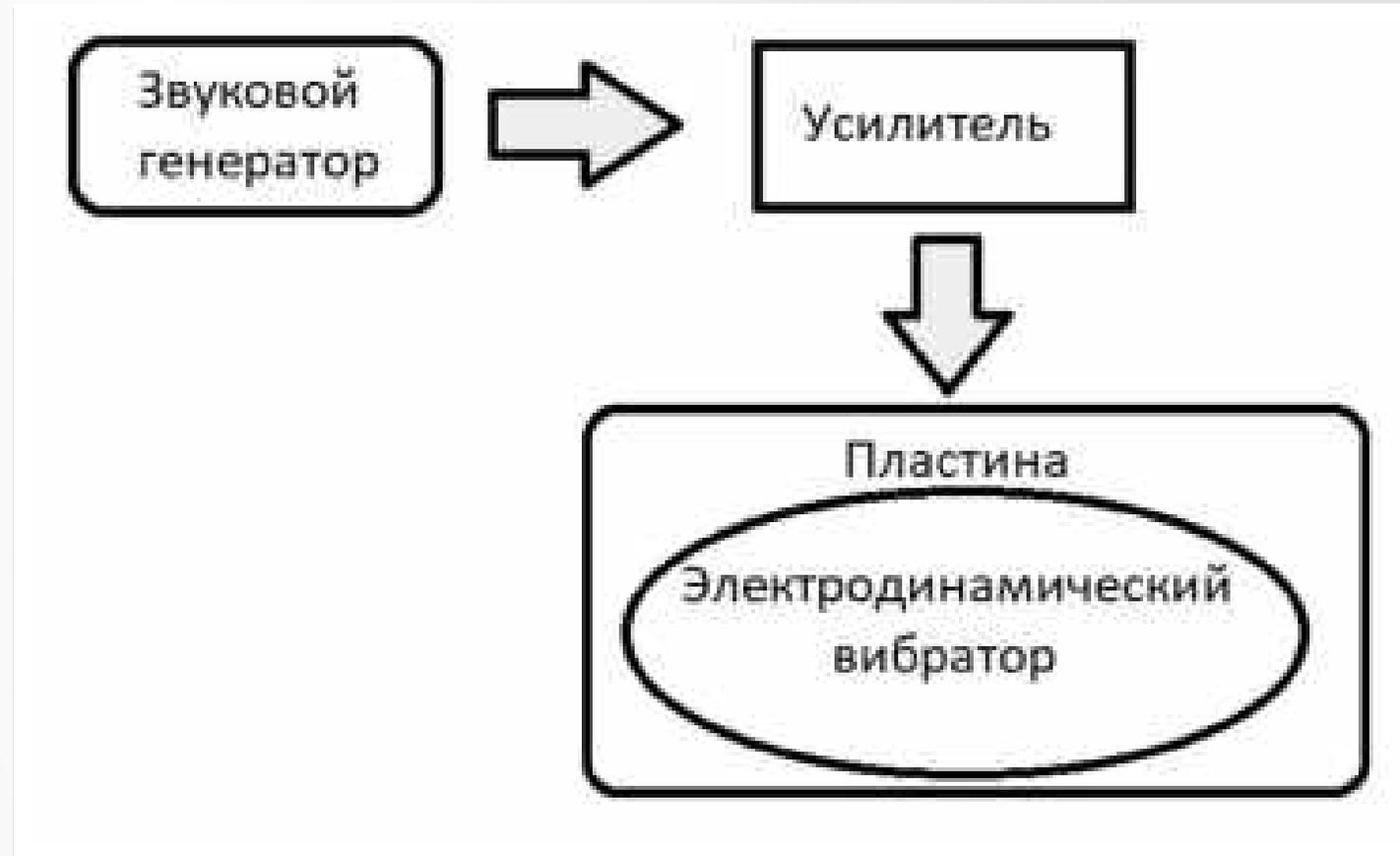


Рисунок 1 - Схема экспериментальной установки

# Экспериментальная установка



Рисунок 2 – Экспериментальная установка  
(Вид сверху)



Рисунок 3 – Экспериментальная установка  
(Вид сбоку)

# Алгоритм проведения лабораторных испытаний

- ▶ Монтируем конструкцию и делаем заделку (варьируем методы закрепления пластины в дальнейшем) с помощью винтов и гаек.
- ▶ Измеряем габариты пластины.
- ▶ Подключаем к электросети электродинамический вибратор, усилитель и звуковой генератор.
- ▶ На звуковом генераторе выставляем диапазон частот 20 Гц.
- ▶ Проверяем правильность подключения проводов.
- ▶ Включаем электроприборы.
- ▶ Вибратор колеблет пластину с частотой, заданной на звуковом генераторе.
- ▶ Проводим измерение собственной частоты колебания пластины.

# Результаты эксперимента

- В результате измерений получены следующие значения собственных частот, приведенные в табл. 1.

Таблица 1 – Результаты эксперимента

Формы колебаний	Первая форма колебаний (Гц)	Вторая форма колебаний (Гц)	Третья форма колебаний (Гц)
<b>Варианты закрепления пластины</b>			
Жесткая заделка по контуру	6.1	22	54
Шарнирное опирание по контуру	26	102	230
Заделка с двух противоположных сторон	5.9	18	50

# Аналитический расчет собственных частот колебаний пластины

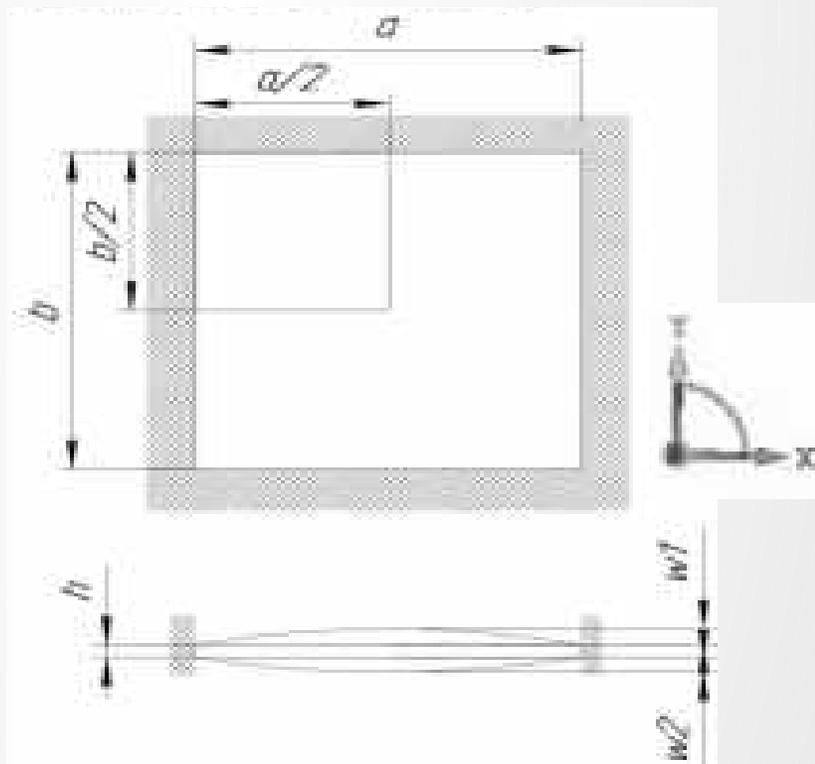


Рисунок 4 – Расчетная схема

Исходные данные:  $a=34$  мм (длина пластины),  $b=34$  мм (ширина пластины),  $h=0.02$  мм (высота пластины),  $\rho = 400 \times 10^3$  кг/м (плотность картона).

1) Опираение по контуру

1) Опираение по контуру

$$\omega(m, n) = \frac{\pi}{2} (m^2 + \mu_1 \cdot n^2) \cdot \sqrt{\frac{1}{\rho h}} \quad (1)$$

где  $m=1, 2, 3 \dots, n=1, 2, 3 \dots$

(Номера собственных частот)

■  $\omega(1, 1) = 5.869$  Гц – собственная частота первой формы колебаний

■  $\omega(2, 2) = 23.478$  Гц – собственная частота второй формы колебаний

■  $\omega(3, 3) = 52.824$  Гц – собственная частота третьей формы колебаний

# Аналитический расчет собственных частот колебаний пластины

2) Два шарнирно-опертых края

$$\omega(m, n) = \pi^2 \left( \frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right) \sqrt{\frac{Eh^3}{12\rho(1-\mu^2)}} \quad (2)$$

где  $m = 1, 2, 3, \dots, n = 1, 2, 3, \dots$  (Номера форм собственных частот).

- $\omega(1,1) = 25,812$  Гц – собственная частота первой формы колебаний
- $\omega(2,2) = 103,247$  Гц – собственная частота второй формы колебаний
- $\omega(3,3) = 232,888$  Гц – собственная частота третьей формы колебаний
- Гц – собственная частота третьей формы колебаний

3) Жесткое закрепление по противоположным сторонам

$$\omega(x, y) = (3)^2 \sqrt{\frac{Eh^3}{12\rho(1-\mu^2)}} \quad (3)$$

где  $m = 1, 2, 3, \dots, n = 1, 2, 3, \dots$  (Номера форм собственных частот).

- $\omega(1,1) = 6,071$  Гц – собственная частота первой формы колебаний;
- $\omega(2,2) = 18,472$  Гц – собственная частота второй формы колебаний;
- $\omega(3,3) = 41,258$  Гц – собственная частота второй формы колебаний.
- – собственная частота второй формы колебаний.

# Численный расчет в программном комплексе «Ansys»

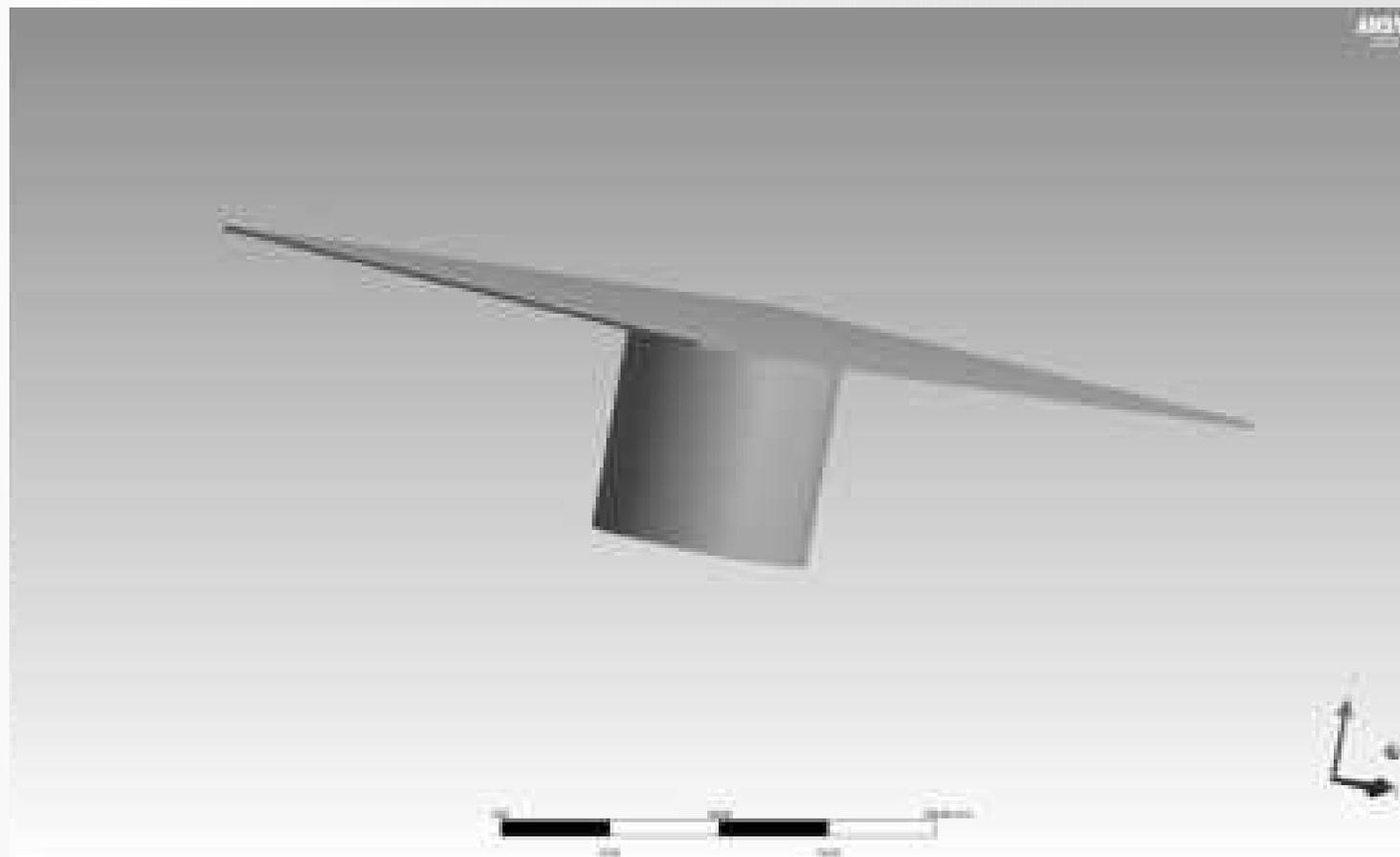


Рисунок 5 – Построение первоначальной геометрии

# Численный расчет в программном комплексе «Ansys»

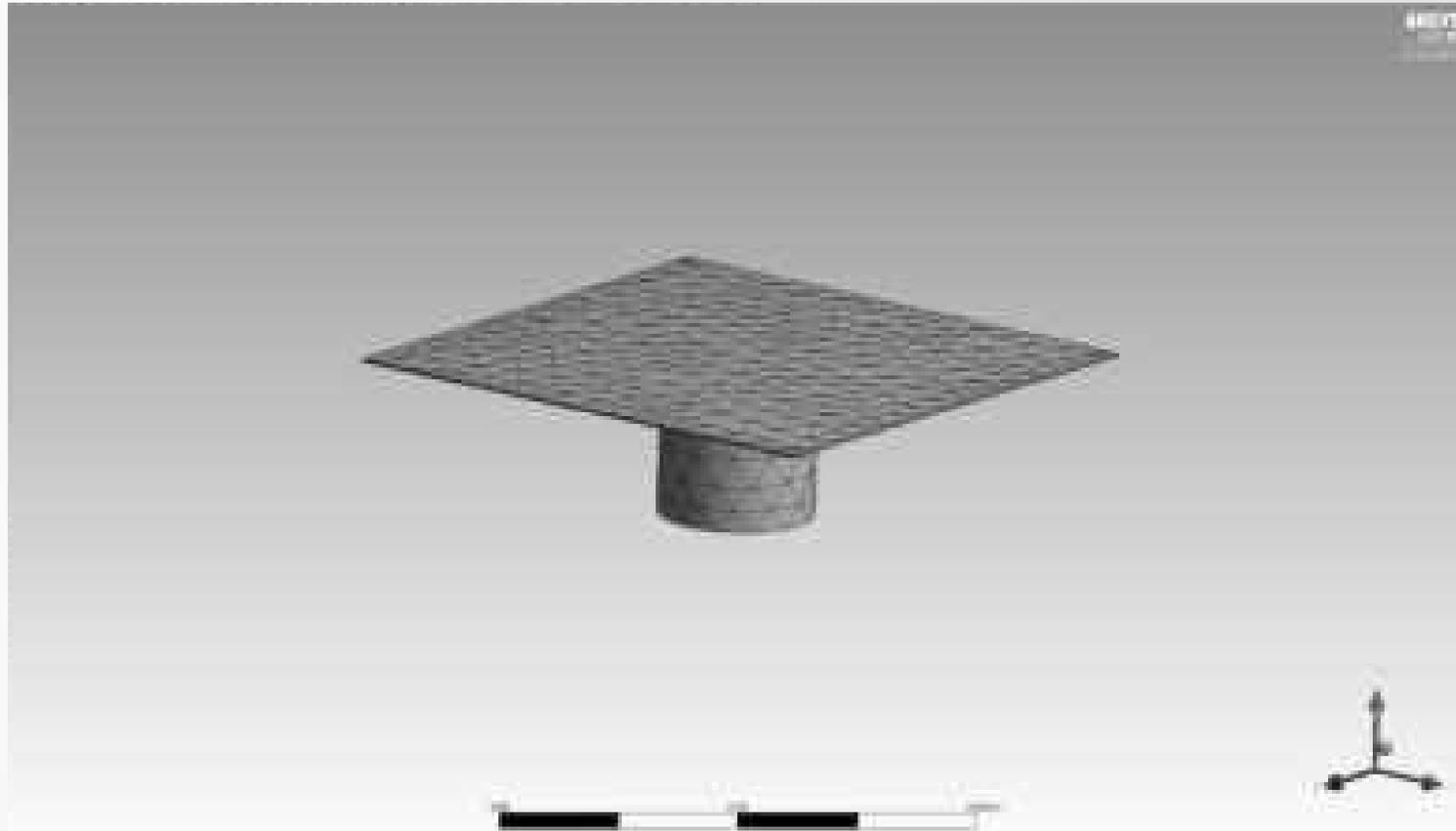


Рисунок 6 – Конечно-элементная модель

# Численный расчет в программном комплексе «Ansys»

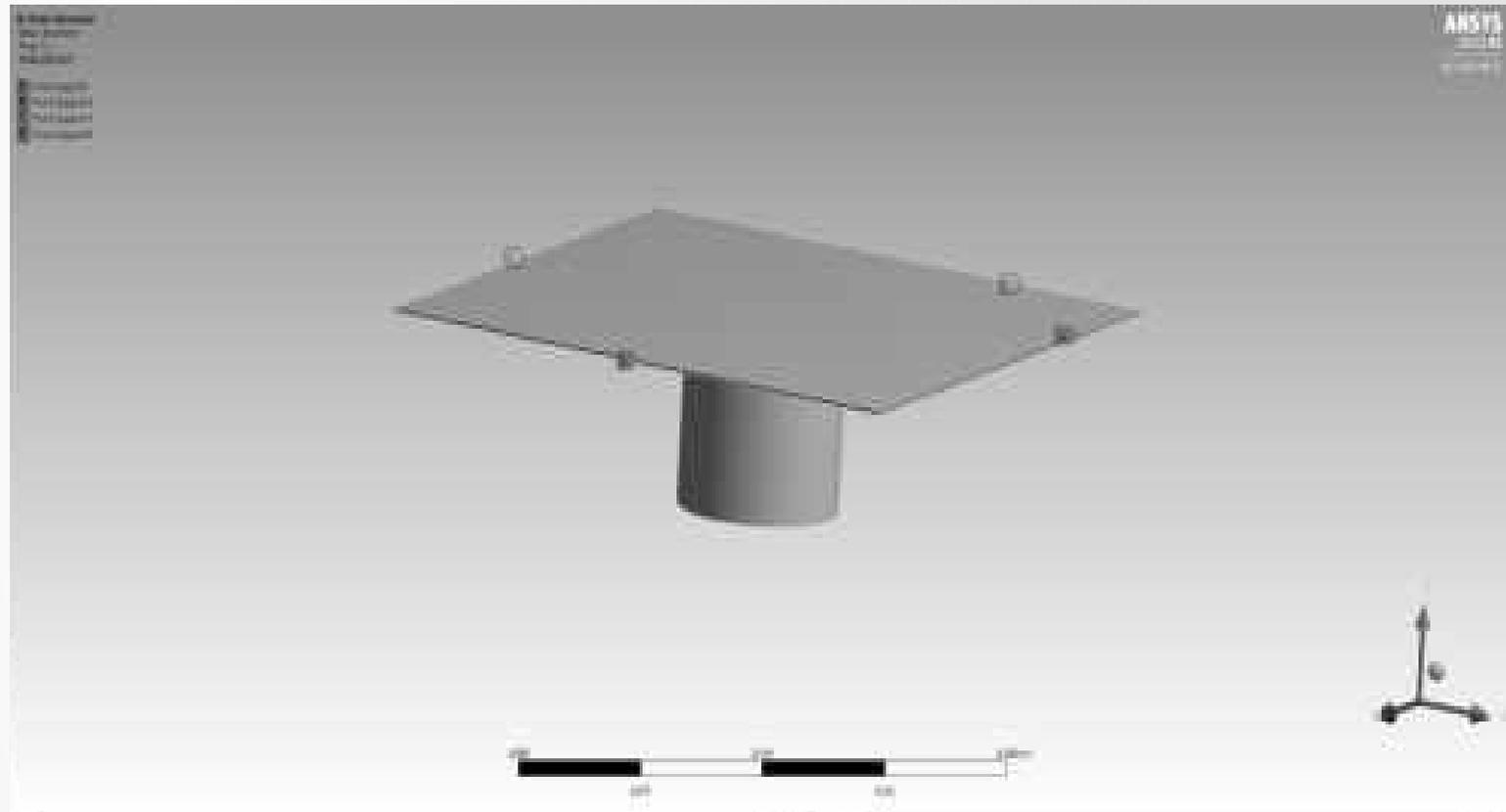


Рисунок 7 – Граничные условия

# Результаты расчета в программном комплексе «Ansys»

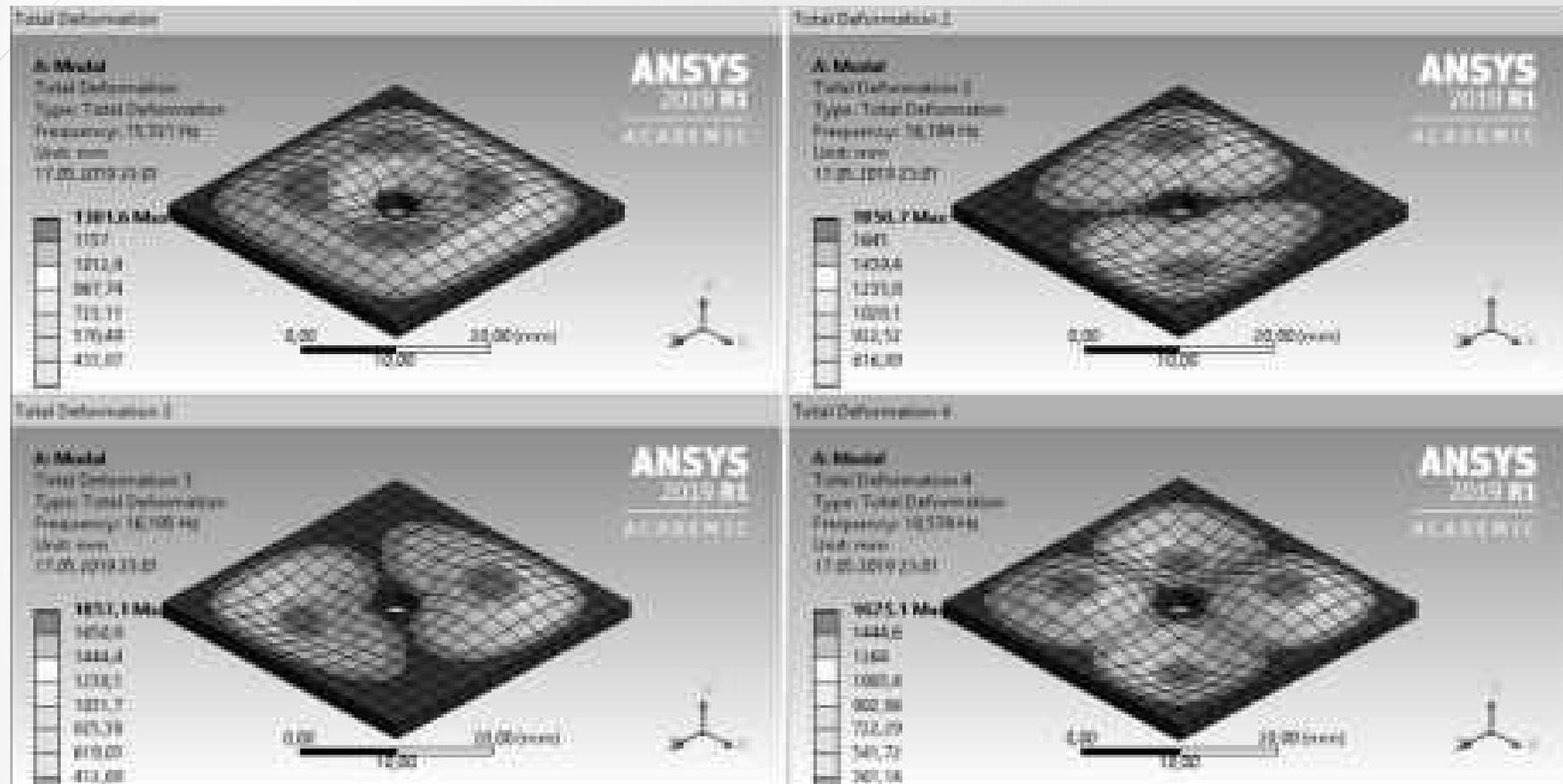


Рисунок 8 – Формы колебаний пластины, закрепленной по контуру без присоединенной массы

# Результаты расчета в программном комплексе «Ansys»

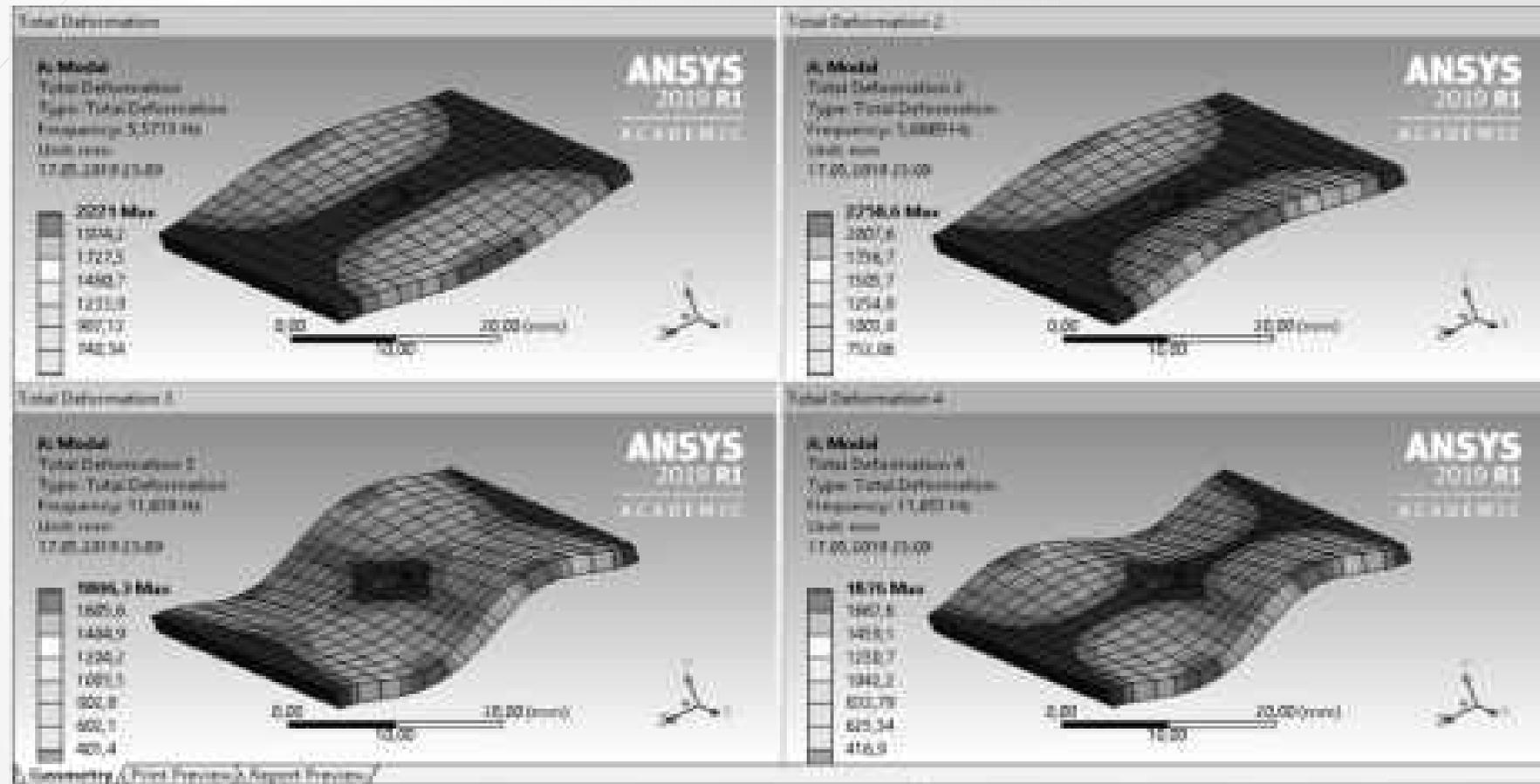


Рисунок 9 – Формы колебаний пластины, закрепленной по двум противоположным сторонам без присоединенной массы

# Результаты расчета в программном комплексе «Ansys»

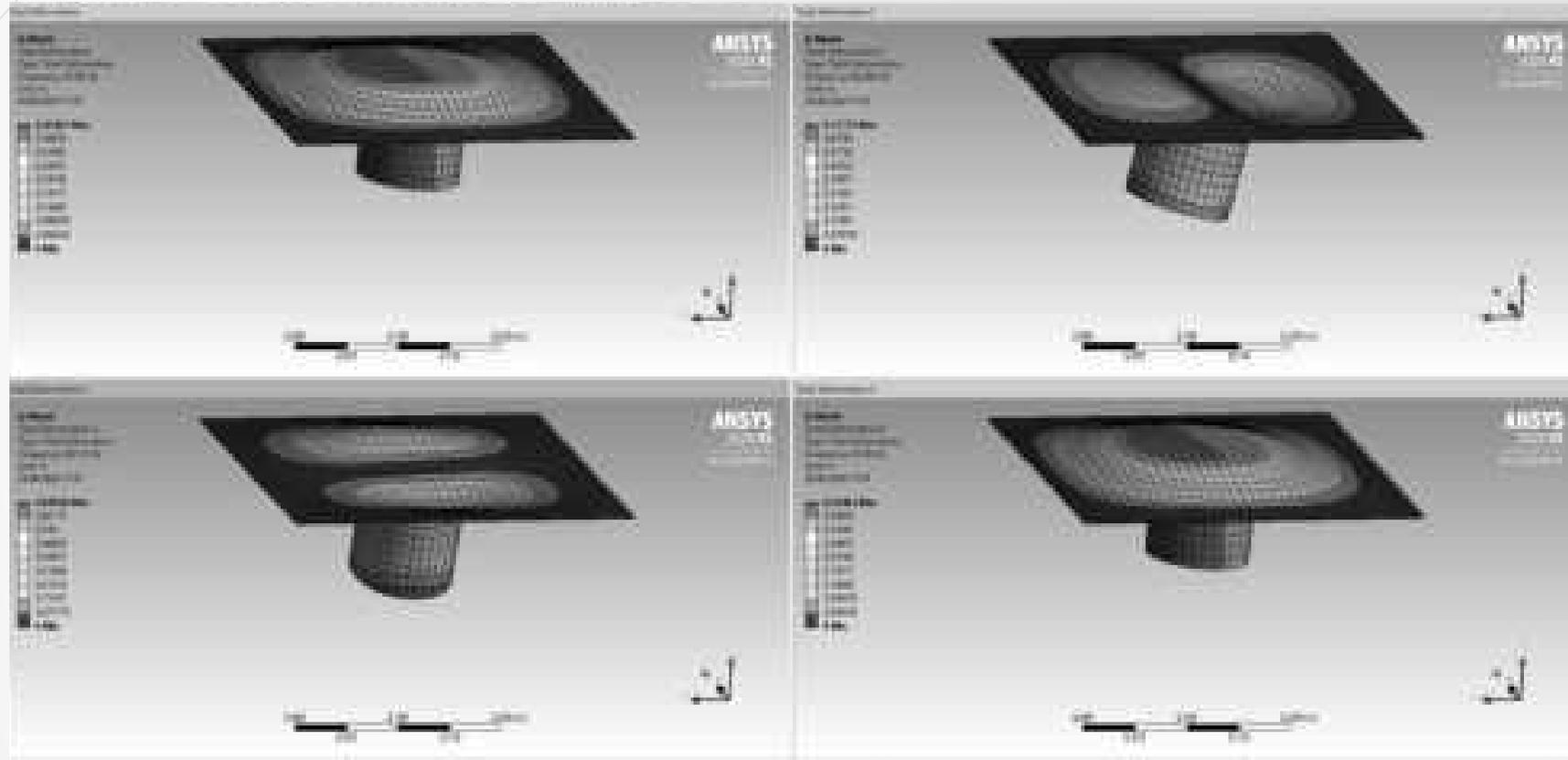


Рисунок 10 – Формы колебаний пластины, закрепленной по контуру с присоединенной массой

# Результаты расчета в программном комплексе «Ansys»

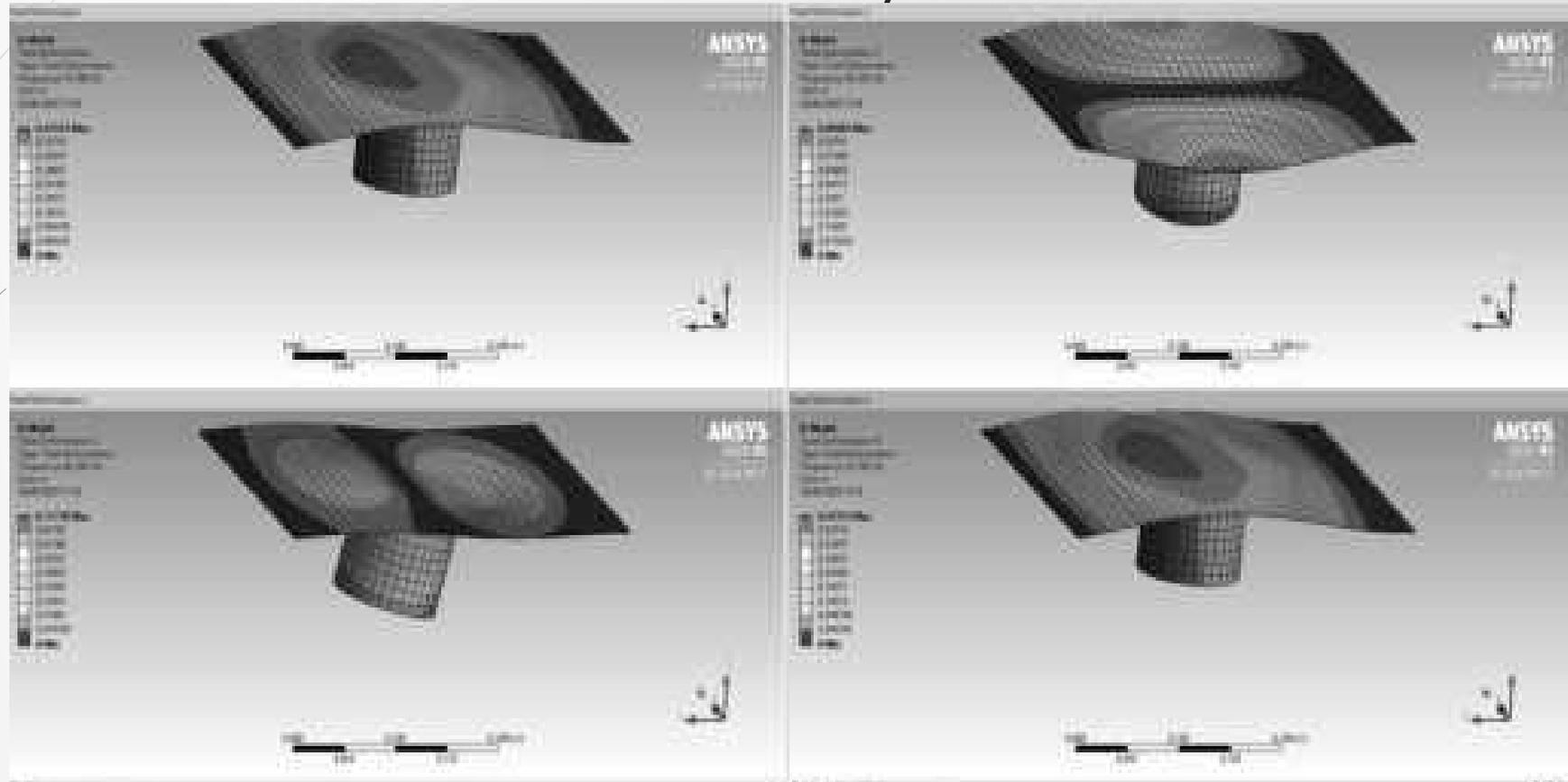
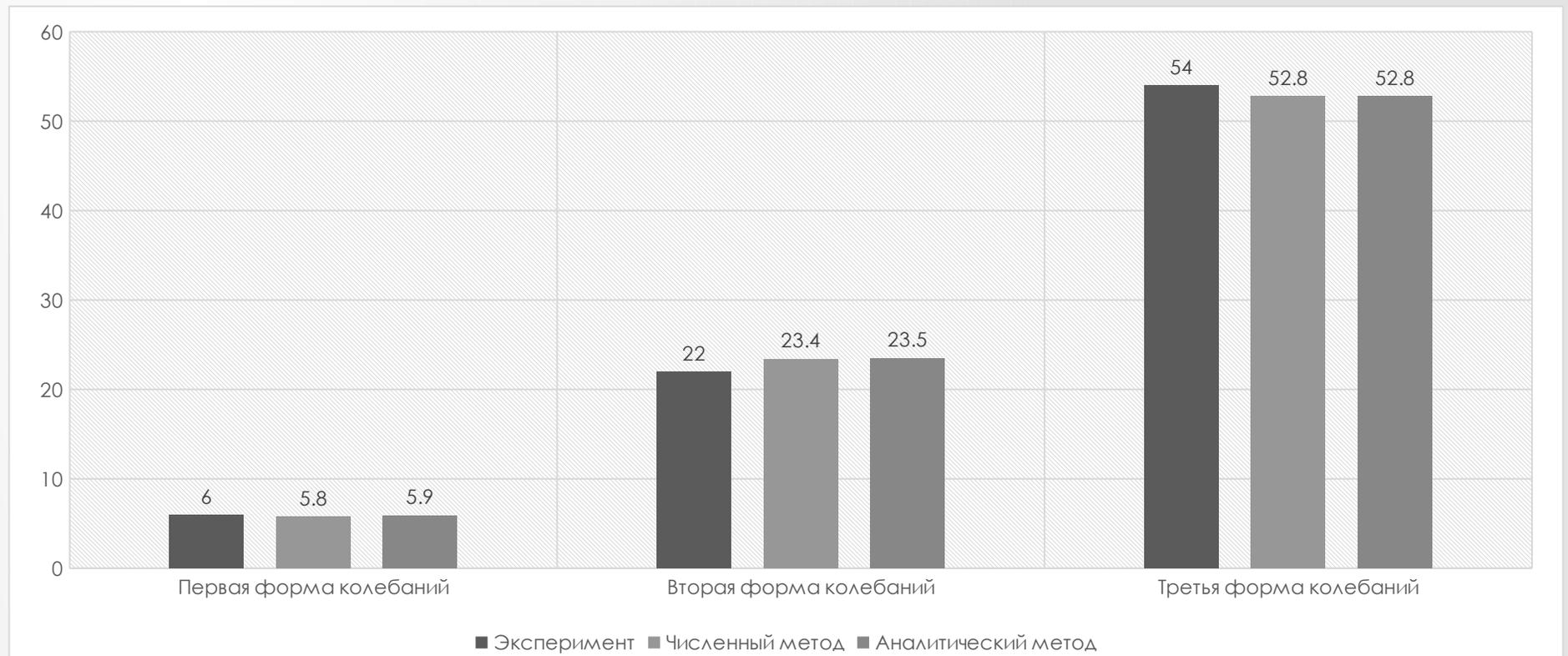
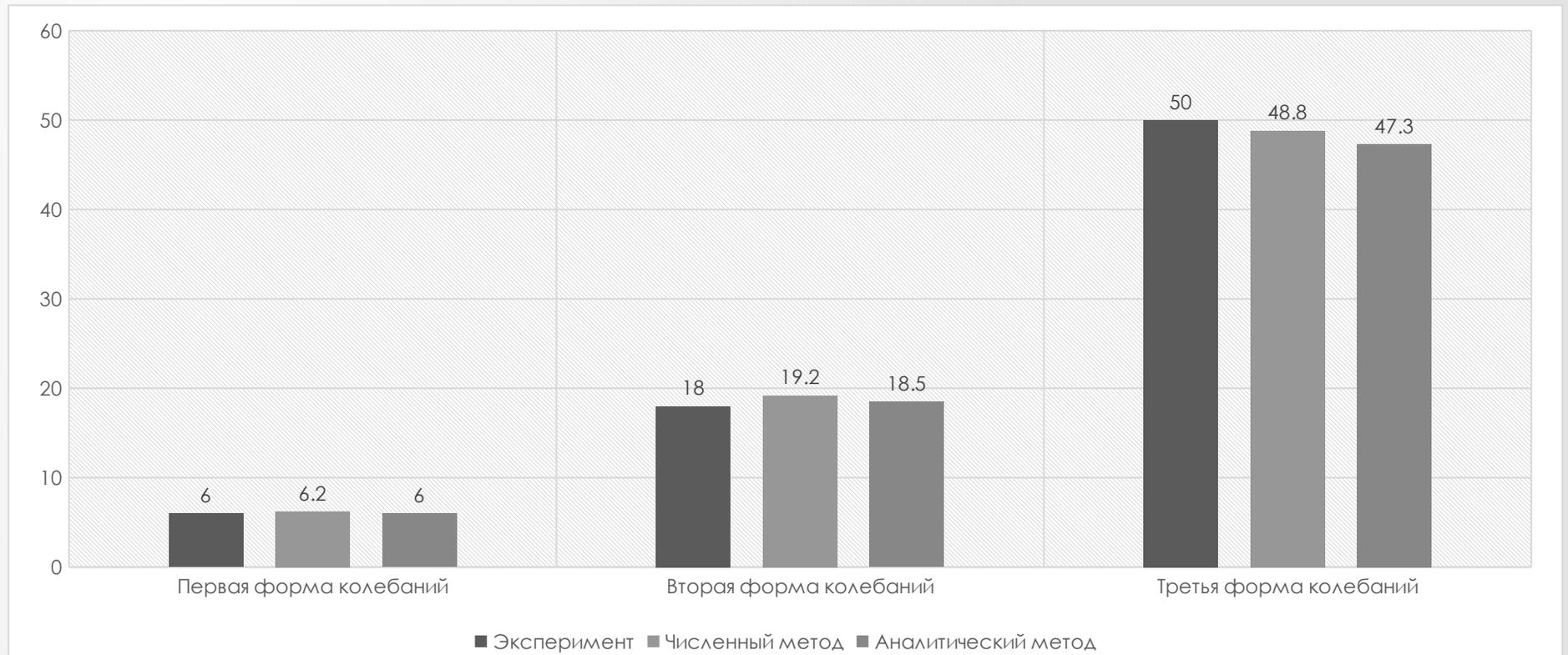


Рисунок 11 – Формы колебаний пластины, закрепленной по двум противоположным сторонам с присоединенной массой

## Диаграмма сравнения методов исследования колебаний пластины, закрепленной по контуру



## Диаграмма сравнения методов исследования колебаний пластины, закрепленной по двум противоположным сторонам



# ВЫВОДЫ

- Проведено исследование лабораторного стенда по колебаниям пластин для учебной дисциплины «Динамика стержней, пластин и оболочек».
- Аналитически определены первые три собственные частоты колебаний пластины для нескольких случаев опирания по контуру.
- Собственные частоты посчитаны численным методом (МКЭ) в ПК ANSYS с учётом и без учёта массы вибратора.
- Получены диаграммы распределения деформаций по плоскости пластины.
- В экспериментальных исследованиях измерены собственные частоты поперечных колебаний пластины с вариацией граничных условий
- Проведено сравнение результатов аналитического и численного расчётов с экспериментальными измерениями, например, для случая жесткого закрепления по контуру: (6 Гц, 22 Гц, 54 Гц) с численным методом (5.8 Гц, 23.4 Гц, 52,8) и с аналитическим решением (5.9 Гц, 23.5 Гц, 52,8 Гц) для каждой частоты соответственно.
- Расхождение полученных величин составляет не более 5%.

Спасибо за внимание!