

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение
высшего образования
«ИВАНОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ им. В.И.ЛЕНИНА»
Кафедра теоретической и прикладной механики

Расчет механических напряжений в переходном устройстве измерительного трансформатора

Обучающийся:
студент гр. 4-33 Ю.Д. Спасёнков
Руководитель от университета:
д.т.н., доцент С.Ф. Смирнов

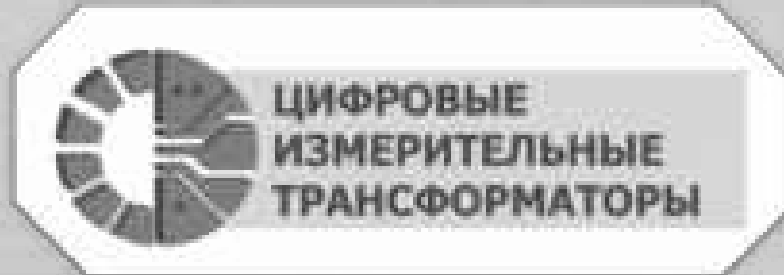


Рис.1 Общий вид трансформатора



Рис.2 Корпус трансформатора

Постановка задачи

Цели:

- Выполнить аналитический расчет продольной силы и изгибающих моментов в цилиндре и изгибающих моментов в днище корпуса трансформатора;
- Провести расчет напряжений в цилиндре;
- Провести расчет напряжений в днище корпуса трансформатора в зависимости от толщины днища;
- Провести вероятностный расчет методом двух моментов начальной надежности цилиндра в продольном направлении при сжатии, как наиболее опасной деформации.
- Построить конечно-элементную модель в программном комплексе ANSYS

Общие характеристики корпуса

- Стеклотекстолит:

- Модуль продольной упругости: $E_T = (21-30) \text{ ГПа}$
- Температурный коэффициент линейного расширения: $\alpha_T = 8 \cdot 10^{-6} \text{ 1/}^\circ\text{C}$
- Относительная линейная деформация: $\varepsilon_T = 1\%$
- Прочность при разрыве:
 - 1) по основе - $R_{o,p} = 294 \text{ МПа}$ 2) по утку - $R_{y,p} = 157 \text{ МПа}$
- Разрушающее напряжение при сжатии параллельно слоям:
 - 1) по основе - $R_{o,c} = 110 \text{ МПа}$
- Предельное отклонение по толщине: $\Delta = \pm 0,1 h_{T, \text{ср}}$
- Коэффициент Пуассона: $\nu_T = 0.11-0.3$

- Полиуретан:

- Модуль продольной упругости: $E_n = 6 \text{ МПа}$
- Температурный коэффициент линейного расширения: $\alpha_n = 26 \cdot 10^{-5} \text{ 1/}^\circ\text{C}$
- Относительное удлинение: $\varepsilon_n = 400\%$
- Коэффициент Пуассона: $\nu_n = 0.3$

Экспериментальным путем были получены следующие параметры:

- Внутренний диаметр: $D_{\text{вн}} = 79.7 \text{ мм}$
- Толщина стеки цилиндра: $h_3 = (2.49-2.72) \text{ мм}$
- Толщина крышки (днища): $h_1 = 2.5 \text{ мм}$
- Длина цилиндра: $l = 66.0 \text{ мм}$

Корпус трансформатора (оболочка и днище (пластина)) выполнен из стеклотекстолита КАСТ-В

Внутри оболочки находится электроизолирующий материал - полиуретан

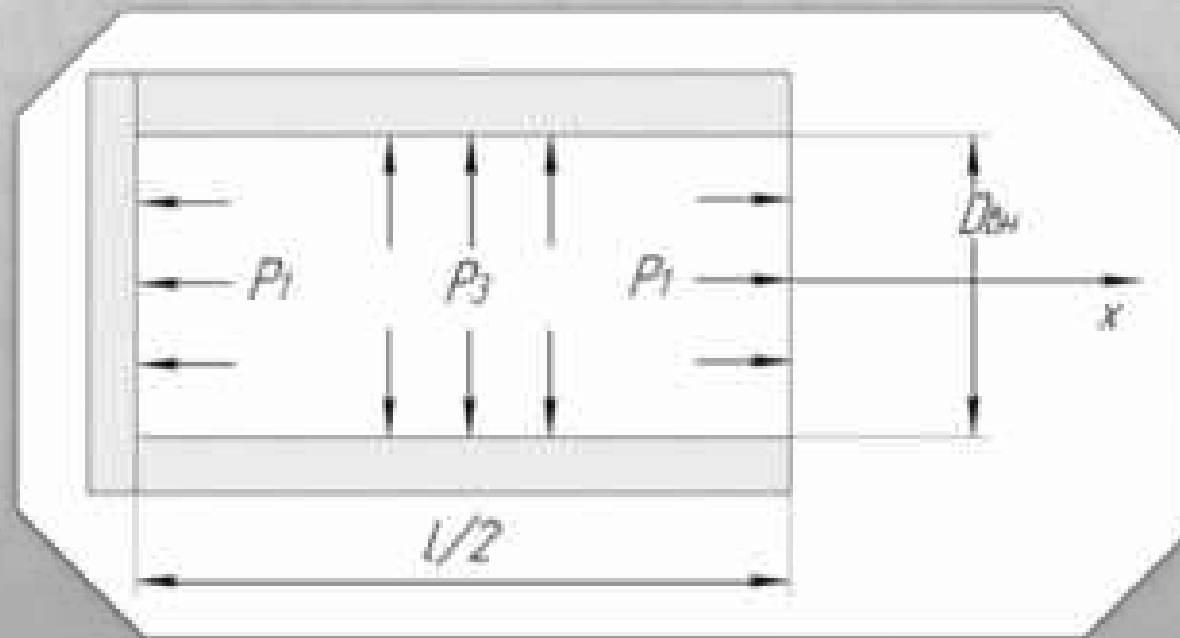


Рис.3 Расчетная схема корпуса

Определение давлений P1 и P3

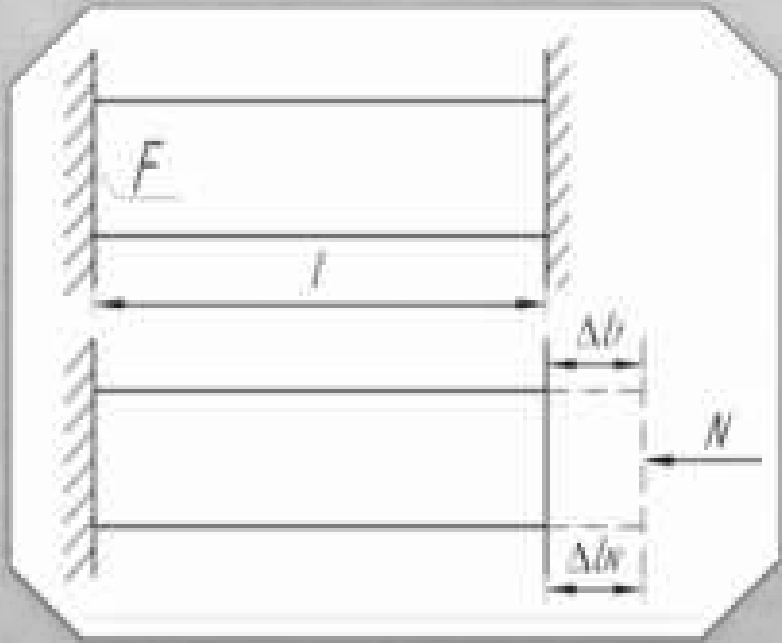


Рис.4 Упрощенная схема изолятора

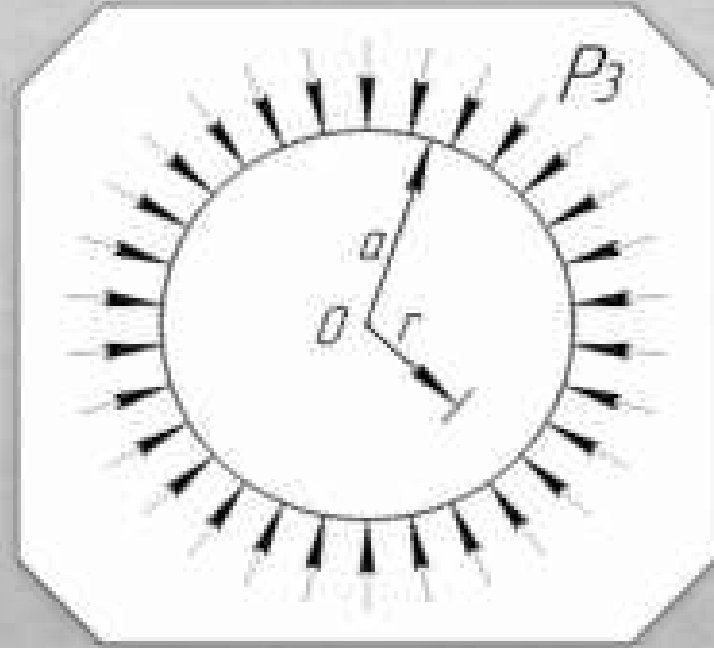


Рис.5 Схема цилиндрической части

Удлинение стержня: $\Delta l_t = (\alpha_n - \alpha_r) \Delta t L$ (1)

Из этого выражения получим:

$$(\alpha_n - \alpha_r) \Delta t L = \frac{NL}{E_n A}, \quad (2)$$

где A – площадь днаща.

Следовательно, давление:

$$p_1 = E_n (\alpha_n - \alpha_m) \Delta t \quad (3)$$

Радиальное перемещение:

$$U(r) = \frac{(1 - \nu_n) p_3 \cdot r}{E_n} = (\alpha_n - \alpha_r) \Delta t r \quad (4)$$

откуда следует:

$$p_3 = \frac{E_n (\alpha_n - \alpha_r) \Delta t}{(1 - \nu_n)} = \frac{p_1}{1 - \nu_n} \quad (5)$$

Определение основных расчетных выражений для пластин днища

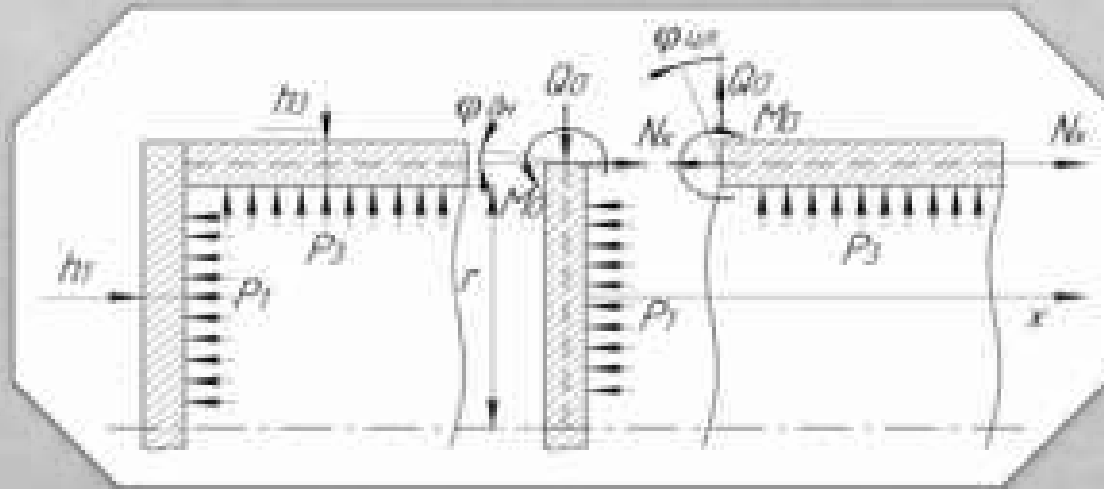


Рис.6 Схема разобранного корпуса

$$\varphi_{\text{дн}} = -\frac{M_0 R}{D_{\text{дн}}(1 + \nu_T)} + \frac{p_1 R^3}{8D_{\text{дн}}(1 + \nu_T)} \quad (6)$$

$$\omega_{\text{дн}} = \frac{-M_0(R^2 + r^2)}{2D_{\text{дн}}(1 + \nu_T)} - \frac{p_1 R^4}{64D_{\text{дн}}(1 + \nu_T)} + \frac{p_1 R^2 r^2}{32D_{\text{дн}}(1 + \nu_T)} - \frac{p_1 r^4}{64D_{\text{дн}}} \quad (7)$$

$$M_r = -D_{\text{дн}} \left(\frac{d\varphi_{\text{дн}}}{dr} + \frac{\nu_{\text{дн}}}{r} \varphi \right) \quad (8)$$

$$M_\theta = -D_{\text{дн}} \left(\nu_T \frac{d\varphi_{\text{дн}}}{dr} + \frac{\varphi}{r} \right) \quad (9)$$

$$\sigma_r^{\text{max}} = \frac{6M_r}{h_1^2} \quad (10)$$

$$\sigma_\theta^{\text{max}} = \frac{6M_\theta}{h_1^2} \quad (11)$$

$$D_{\text{дн}} = \frac{E_T h_1^3}{12(1 - \nu_T^2)} \quad (12)$$

Определение основных расчетных выражений для цилиндрической части

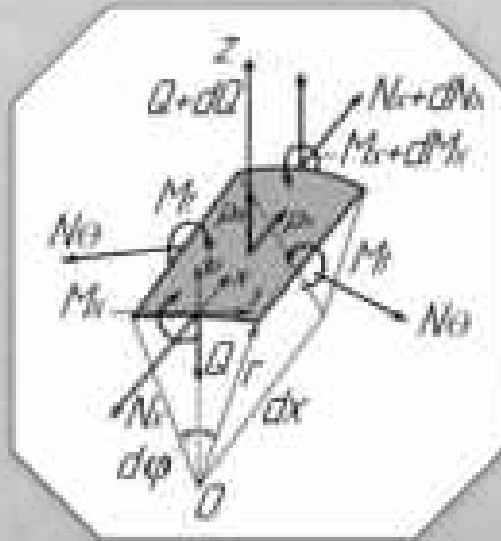


Рис.7 Элемент цилиндрической части оболочки

$$\varphi_u = \frac{d\omega}{dx} = -\frac{M_0}{D_u \beta_u} e^{-\beta_u x} \cos \beta_u x - \frac{Q_0}{2\beta_u^2 D_u} e^{-\beta_u x} (\cos \beta_u x + \sin \beta_u x) \quad (13)$$

$$\omega(x) = \frac{e^{-\beta x}}{2\beta^3 D_u} (\beta M_0 (\cos \beta x - \sin \beta x) + Q_0 \cos \beta x) + \omega^* \quad \omega^* = \frac{R^2 p_1}{E_r h_3} \left(\frac{1}{1 - \nu_n} - \frac{\nu_r}{2} \right) \quad (14)$$

$$M_x = D_u \frac{d^2 \omega}{dx^2} \quad (15)$$

$$M_\theta = \nu_r D_u \frac{d^2 \omega}{dx^2} \quad (16)$$

$$N_x = \frac{p_1 R}{2} \quad (17)$$

$$N_\theta = \nu_r N_x + \frac{E_r h_3 \omega}{R} \quad (18)$$

$$\sigma_x^{\max} = \frac{N_x}{h_3} \pm \frac{6M_x}{h_3^2} \quad (19)$$

$$\sigma_\theta^{\max} = \frac{N_\theta}{h_3} \pm \frac{6M_\theta}{h_3^2} \quad (20)$$

$$D_u = \frac{E_r h_3^3}{12(1 - \nu_r^2)} \quad (21)$$

$$\beta_u = \sqrt{\frac{3(1 - \nu_r^2)}{R^2 h_3^2}} \quad (22)$$

Расчет

Примем средние значения: $h_1=2,5\text{мм}$, $h_3=2,6\text{мм}$, $R=4\text{см}$, $\nu=0.3$, $E_T=30\text{ ГПа}$, $\Delta t=80^\circ\text{C}$;

Из условий совместности деформаций получим

$$\frac{M_0}{2D_{\text{ц}}\beta_{\text{ц}}^2} + \frac{Q_0}{2D_{\text{ц}}\beta_{\text{ц}}^3} + \frac{p_1 R^2}{E_T h_3} \left(\frac{1}{1-\nu_{\text{п}}} - \frac{\nu_{\text{п}}}{2} \right) = 0 \quad (23)$$

$$-\frac{M_0}{D_{\text{ц}}\beta_{\text{ц}}} - \frac{Q_0}{2D_{\text{ц}}\beta_{\text{ц}}^2} = \frac{M_0 R}{D_{\text{дн}}(1+\nu_{\text{п}})} - \frac{p_1 R^3}{8D_{\text{дн}}(1+\nu_{\text{п}})} \quad (24)$$

Решая систему получим выражения для усилий:

$$M_0 = \frac{\frac{p_1 R^3}{4D_{\text{дн}}(1+\nu_T)} + \frac{p_1 R^2}{E_T h_3} \left(\frac{1}{1-\nu_{\text{п}}} - \frac{\nu_T}{2} \right) 2\beta_{\text{ц}}}{\frac{1}{D_{\text{ц}}\beta_{\text{ц}}} + \frac{2R}{D_{\text{дн}}(1+\nu_T)}} = 22.22 \frac{\text{Нм}}{\text{м}} \quad (25)$$

$$Q_0 = -M_0\beta_{\text{ц}} - \frac{p_1 R^2}{E_T h_3} \left(\frac{1}{1-\nu_{\text{п}}} - \frac{\nu_T}{2} \right) 2D_{\text{ц}}\beta_{\text{ц}}^3 = 3.412 \cdot 10^3 \text{ Н/м} \quad (26)$$

$$D_{\text{дн}} = \frac{E_T h_1^3}{12(1-\nu_T^2)} = 42.926 \text{ Нм} \quad (27)$$

$$D_{\text{ц}} = \frac{E_T h_3^3}{12(1-\nu_T^2)} = 48.286 \text{ Нм} \quad (28)$$

$$\beta_{\text{ц}} = \sqrt{\frac{3(1-\nu_T^2)}{R^2 h_3^2}} = 126.045 \frac{1}{\text{м}} \quad (29)$$

Для цилиндрической части

$$\frac{d^2}{dx^2} \omega(x) = - \frac{e^{-\beta_c x} (Q_0 \sin(\beta_u x) + \beta_u M_0 \cos(\beta_u x) + \beta_u M_0 \sin(\beta_u x))}{\beta_u D_u} \quad (30)$$

$$M_x(0) = -D_u \frac{d^2 \omega(0)}{dx^2} = 22.205 \text{ Н м/м} \quad (31)$$

$$N_x = \frac{p_1 R}{2} = 2.419 \cdot 10^3 \text{ Н/м} \quad (32)$$

$$\sigma_x^{max} = \frac{N_x}{h_3} + \frac{6M_x}{h_3^2} = 2.064 \cdot 10^7 \text{ Па} \quad (33)$$

$$M_\theta = -\nu_r D_u \frac{d^2 \omega(0)}{dx^2} = 6.661 \frac{\text{Н м}}{\text{м}} \quad (34)$$

$$N_\theta = \nu_r N_x + \frac{E_r h_3 \omega}{R} = -5.46 \cdot 10^3 \text{ Н/м} \quad (35)$$

$$\sigma_\theta^{max} = \frac{N_\theta}{h_3} + \frac{6M_\theta}{h_3^2} = 8.571 \cdot 10^6 \text{ Па} \quad (36)$$

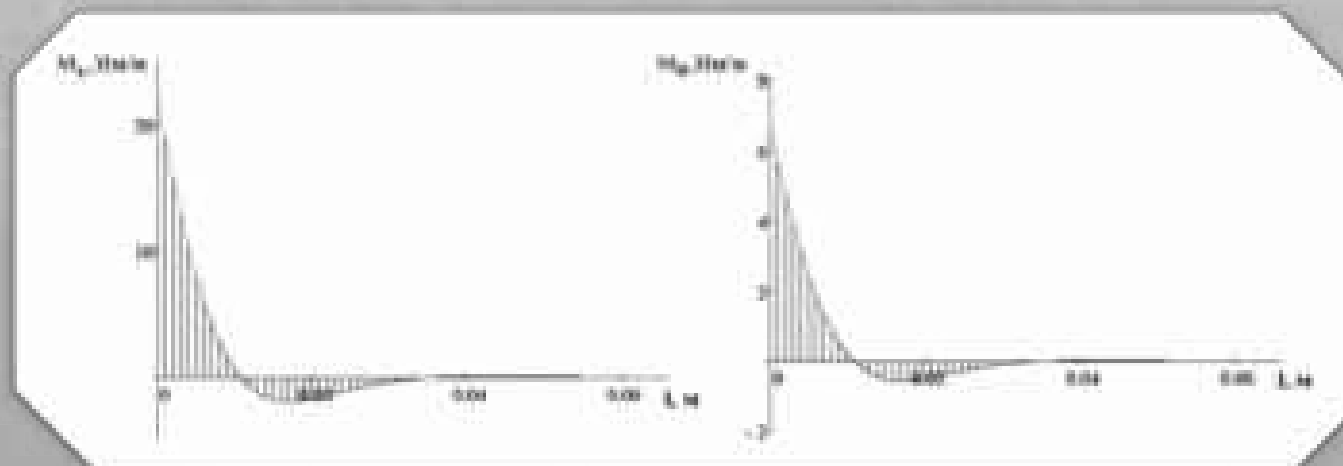


Рис.8 Эпюры M_x , M_θ

Для пластин днища

$$\varphi_{\text{дн}}(r) = -\frac{M_0 r}{D_{\text{дн}}(1 + \nu_T)} + \frac{p_1 R^2 r (3 + \nu_T)}{16 D_{\text{дн}} (1 + \nu_T)} - \frac{p_1 r^3}{16 D_{\text{дн}}} \quad (37)$$

$$\frac{d}{dr} \varphi_{\text{дн}}(r) = -\frac{M_0}{D_{\text{дн}}(1 + \nu_T)} + \frac{p_1 R^2 (3 + \nu_T)}{16 D_{\text{дн}} (1 + \nu_T)} - \frac{3 p_1 r^2}{16 D_{\text{дн}}} \quad (38)$$

$$M_r(r) = -D_{\text{дн}} \left(\frac{d\varphi_{\text{дн}}}{dr} + \frac{\varphi_{\text{дн}}(R)}{r} \right) \quad (39)$$

Наибольший радиальный момент $M_r(r)$ возникает при $r=R$:

$$M_r(R) = M_0 = 22.661 \text{ Нм/м}$$

$$\sigma_r^{\text{max}} = \pm \frac{6 M_r}{h_1^2} = \pm 2.175 \cdot 10^7 \text{ Па.} \quad (40)$$

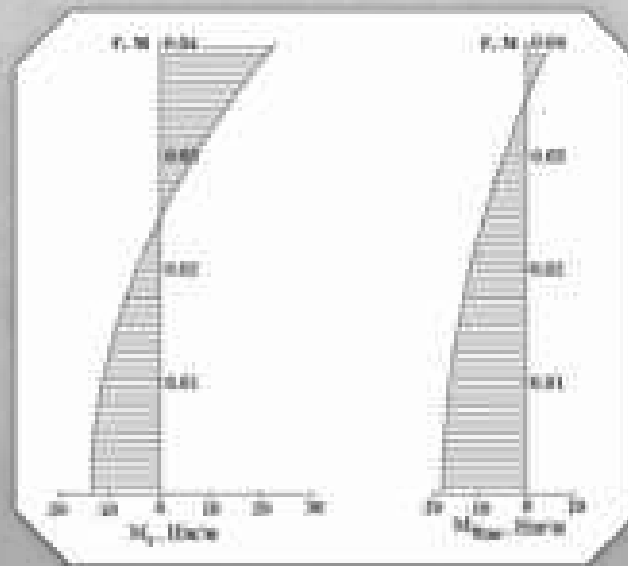


Рис.9 Эпюры $M_r, M_{\theta \text{дн}}$

$$M_{\theta \text{дн}}(r) = -D_{\text{дн}} \left(\nu_T \frac{d\varphi_{\text{дн}}}{dr} + \frac{\varphi_{\text{дн}}(R)}{r} \right) \quad (41)$$

Наибольший тангенциальный момент $M_{\theta \text{дн}}(r)$ возникает при $r=0$:

$$M_{\theta \text{дн}}(0) = -17.712 \text{ Нм/м}$$

$$\sigma_{\theta \text{дн}}^{\text{max}} = \pm \frac{6 M_{\theta \text{дн}}}{h_1^2} = \pm 1.7 \cdot 10^7 \text{ Па} \quad (42)$$

Определим прогиб крышки днища из уравнения прогибов в центре при $r=0$:

$$\omega_{\text{дн}}(0) = -1.412 \cdot 10^{-4} \text{ м} \quad (43)$$

Для исследования влияния толщины дна (стенки) на его прочность с целью создания более гибкой стенки при действии давления от нагрева полиуретана были приведены расчеты напряжений в стенке дна при возможном изменении её толщины в пределах (2.5 – 5.5) мм. .

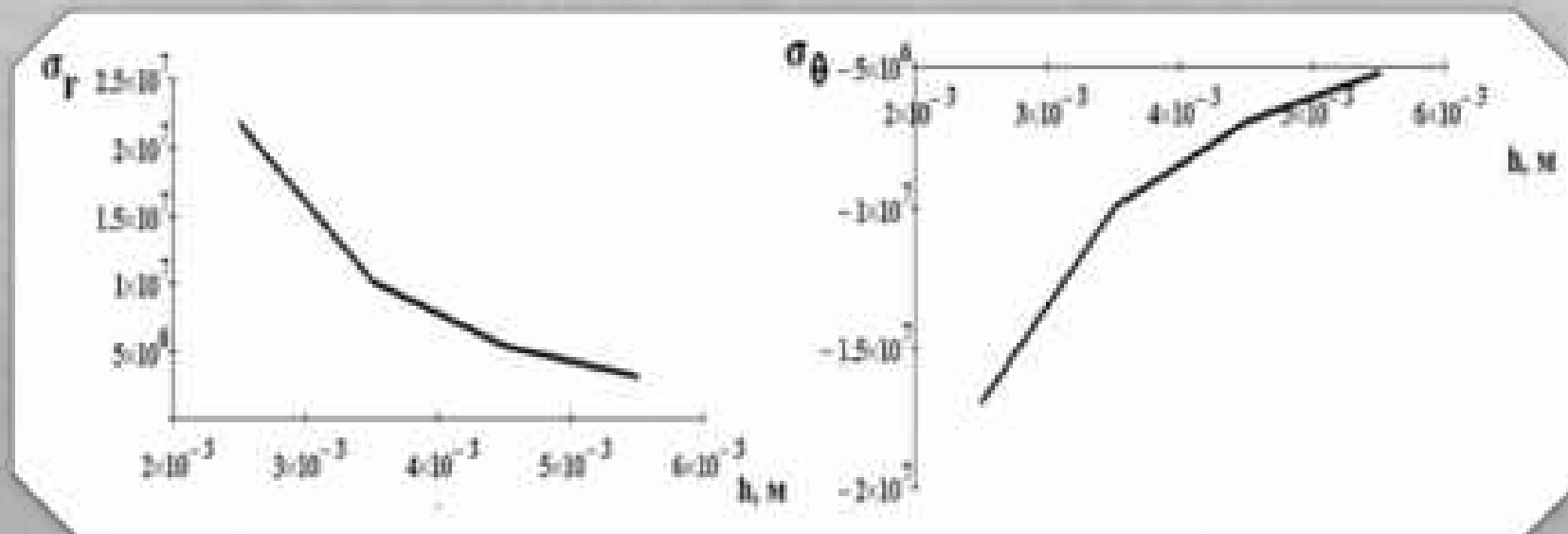


Рис.10 Кривые зависимости напряжений от толщины стенки

Расчет начальной надежности методом двух моментов

Резерв несущей способности $g = R - L > 0$. (44)
Вероятность безотказной работы элемента $P_s = P$ равна вероятности выполнения условия $g > 0$.

Функция распределения вероятностей разрушения для непрерывных случайных величин определяется по формуле:

$$F(g) = \int_{-\infty}^g f(g) dg, \quad (45)$$

где $f(g)$ – функция плотности распределения вероятности.

Вероятность разрушения при нормальном законе распределения

$$Q = F(g) = \frac{1}{\sigma_g \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^g e^{-\frac{(g-\bar{g})^2}{2\sigma_g^2}} dg = 0.5 + \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\frac{\bar{g}-g}{\sigma_g}} e^{-\frac{t^2}{2}} dt = 0.5 + \Phi(\beta) \quad (46)$$

Где β – индекс надежности
 $\Phi(\beta)$ – интеграл Лапласа

Индекс надежности

$$\beta = \frac{\bar{g}}{\sigma_g} \quad (47) \quad \text{где } \bar{g} = \bar{R} - \bar{L}; \quad \sigma_g = \sqrt{\sigma_R^2}; \quad \sigma_R^2 = \sigma_R^2 + \sigma_L^2$$

Интеграл Лапласа

$$\Phi(\beta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\beta} e^{-\frac{t^2}{2}} dt \quad (48)$$

Вероятность выполнения условия прочности равна

$$P_s = 1 - Q = 1 - (0.5 - \Phi(\beta)) = 0.5 + \Phi(\beta) \quad (49)$$

Учитывая, что максимальные сжимающие напряжения $\sigma_x^{\max} = \frac{N_x}{h_x} - \frac{6M_x}{h_x^2} \quad (50)$

Резерв несущей способности будет иметь вид $(h_x) = R_{ax} - \left(\left| \frac{N_x}{h_x} - \frac{6M_x(0)}{h_x^2} \right| \right) \quad (51)$

$$\text{Дисперсия случайной толщины стенки } S = \frac{d}{dh_3} g(h_3) \quad (52)$$

$$\frac{d}{dh_3} g(h_3) = \frac{Rp_1}{2h_3^2} - \frac{\frac{3R^3 p_1}{D_{\text{зам}}(v_0 + 1)} - \frac{24R^2 p_1 \left(\frac{v_0}{2} + \frac{1}{v_0 - 1}\right) \beta_0}{E_r h_3}}{h_3^2 \left(\frac{12v_0^2 - 12}{E_r h_3^3 \beta_0} + \frac{2R}{D_{\text{зам}}(v_0 + 1)}\right)} + \frac{5 \left(\frac{3R^3 p_1}{2D_{\text{зам}}(v_0 + 1)} - \frac{12R^2 p_1 \left(\frac{v_0}{2} + \frac{1}{v_0 - 1}\right) \beta_0}{E_r h_3} \right) (12v_0^2 - 12)}{2E_r h_3^4 \left(\frac{12v_0^2 - 12}{E_r h_3^3 \beta_0} + \frac{2R}{D_{\text{зам}}(v_0 + 1)} \right)^2 \beta_0} + \frac{6R^2 p_1 \left(\frac{v_0}{2} + \frac{1}{v_0 - 1}\right) \beta_0}{E_r h_3 h_3^2 \left(\frac{12v_0^2 - 12}{E_r h_3^3 \beta_0} + \frac{2R}{D_{\text{зам}}(v_0 + 1)} \right)} \quad (53)$$

$$\text{Тогда стандарт от резерва несущей способности: } S_g = \frac{d}{dh_3} g(h_3) S_{h_3} = 6.414 \cdot 10^5 \text{ Па} \quad (54)$$

Где $S_{h_3} = \left| \frac{\Delta}{3} \right|$ – стандарт при доверительной вероятности $P=0.9973$

При заданных исходных данных для оболочки получим:

$$g(h_3) = R_{\alpha, \epsilon} - \left(-\frac{R_1}{h_3} + 6 \frac{M_{10}}{h^2} \right) = 125 \text{ МПа} - 18.79 \text{ МПа} = 106.2 \text{ МПа} \quad (55)$$

Затем рассчитывается индекс надежности

$$\beta = \frac{R}{S_g} = \frac{106.2}{6.414} = 16.5599 \quad (56)$$

Получаем начальную надежность цилиндра в продольном направлении при сжатии

$$P_s = 0.5 + \Phi(\beta) = 0.5 + 0.49999 = 0.99999 \quad (57)$$

Построение модели в ANSYS

В CAD-системе Design Modeler создана геометрическая модель корпуса трансформатора (рис. 11)

Затем в ANSYS Mechanical создана конечно-элементная модель (рис. 12)

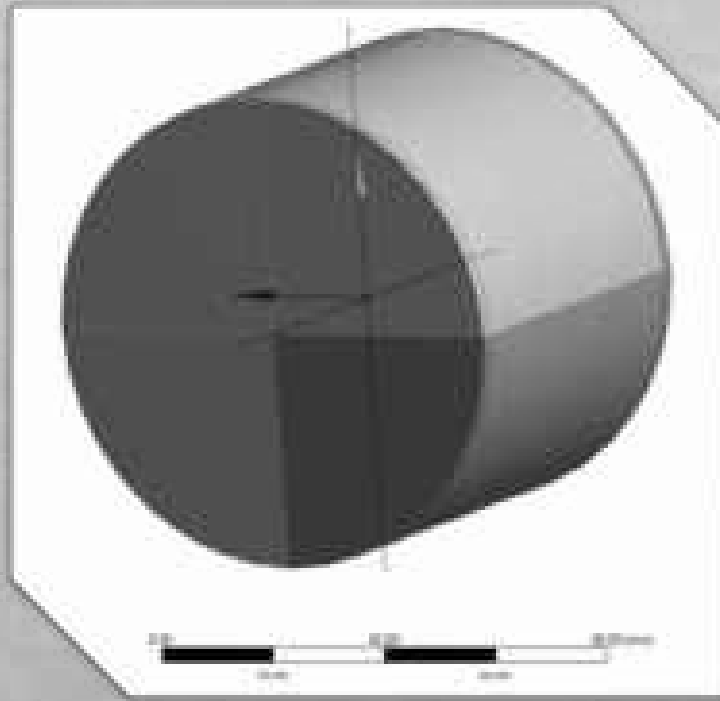


Рис. 11 Общий вид корпуса

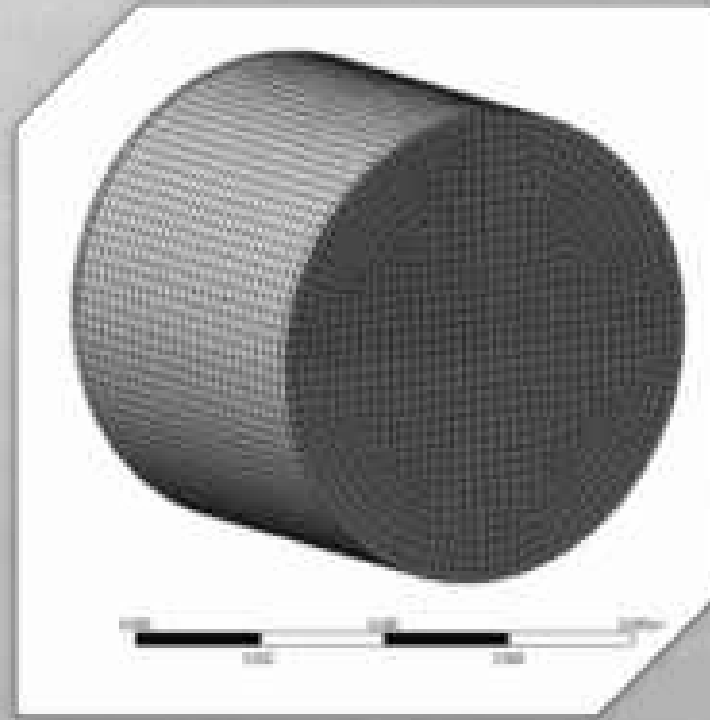


Рис. 12 К-Э сетка расчетной модели корпуса

Полученная КЭ-модель содержит ~38950 узлов и ~ 6281 элементов

Граничные условия

К внутренней поверхности корпуса приложена нагрузка при условиях эксплуатации (внутреннее давление $P1=1.21 \cdot 10^5 \text{ Па}$ и $P3=1.7 \cdot 10^5 \text{ Па}$) (рис. 13)

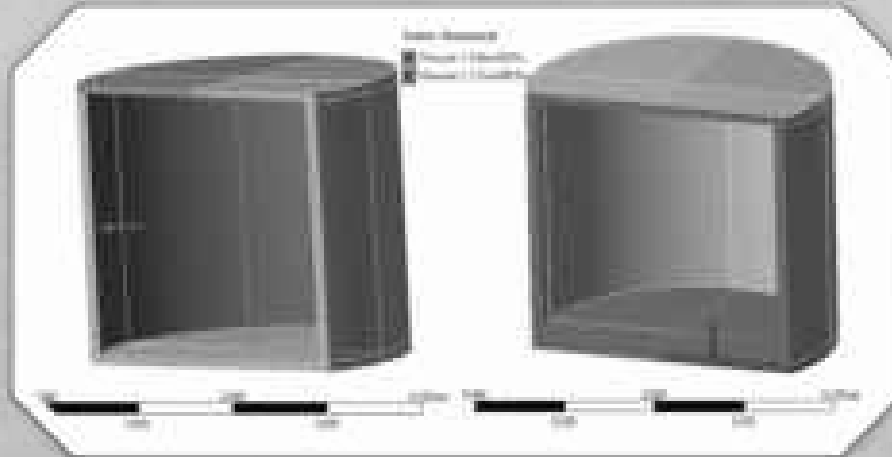


Рис. 13 Нагрузка от внутреннего давления

Так же были ограничены перемещения по трем осям с помощью инструмента Displacement приложенного к поверхностям цилиндра (рис.14)



Рис. 14 Условия закрепления

Обработка результатов

Напряжения в цилиндрической части корпуса:

1) Было посчитано напряжение σ_x^{max} (Рис.15), среднее значение которого в характерных точках составляет $1.65 \cdot 10^7$ Па. Расхождение с аналитическим решением составляет 12% ($1.878 \cdot 10^7$ Па)

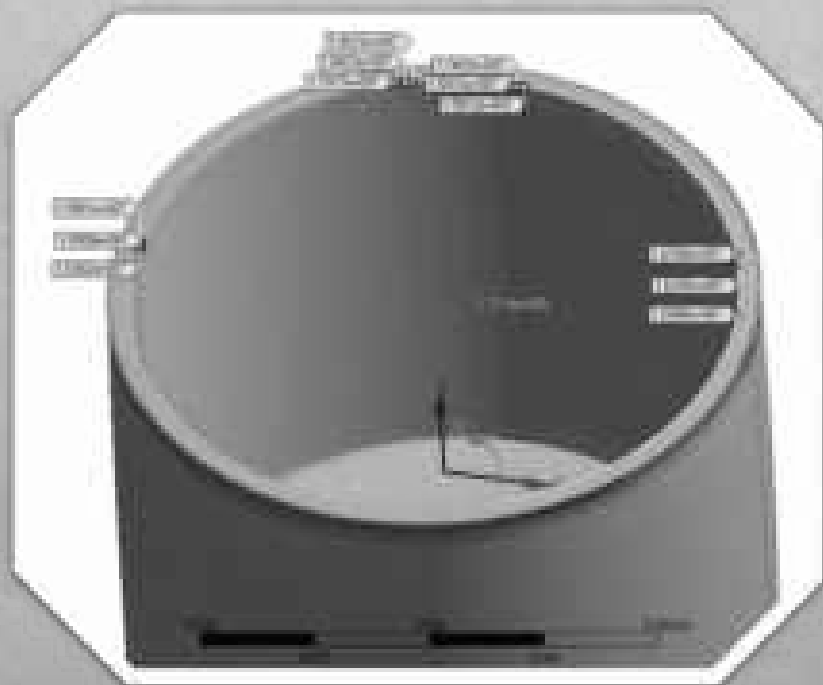


Рис. 15 Эпюра напряжения σ_x^{max}

2) Было посчитано напряжение σ_θ^{max} (Рис.16), среднее значение которого в характерных точках составляет $7.05 \cdot 10^6$ Па. Расхождение с аналитическим решением составляет 12% ($8.013 \cdot 10^6$ Па)



Рис. 16 Эпюра напряжения σ_θ^{max}

Напряжения в пластинах днища:

1) Было посчитано напряжение σ_r^{max} (Рис.17), среднее значение которого в характерных точках составляет $1.99 \cdot 10^7$ Па. Расхождение с аналитическим решением составляет 8% ($2.175 \cdot 10^7$ Па.)



Рис. 17 Эпюра напряжения σ_r^{max}

2) Было посчитано напряжение $\sigma_{\theta \text{ дн}}^{\text{max}}$ (Рис.18), среднее значение которого в характерных точках составляет $1.64 \cdot 10^7$ Па. Расхождение с аналитическим решением составляет 4% ($1.7 \cdot 10^7$ Па.)



Рис. 18 Эпюра напряжения $\sigma_{\theta \text{ дн}}^{\text{max}}$

Было посчитано максимальное перемещение в центре пластины крышки (Рис. 19), которое составило $1.4449 \cdot 10^{-4}$ м. Расхождения с аналитическим решением составляет 2,5% ($1.412 \cdot 10^{-4}$ м)

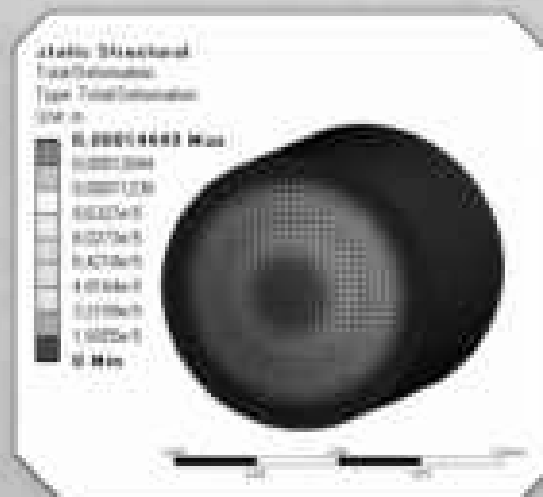


Рис. 19 Эпюра перемещения

Найдем максимальные эквивалентные напряжение (по Мизесу) (рис.20)

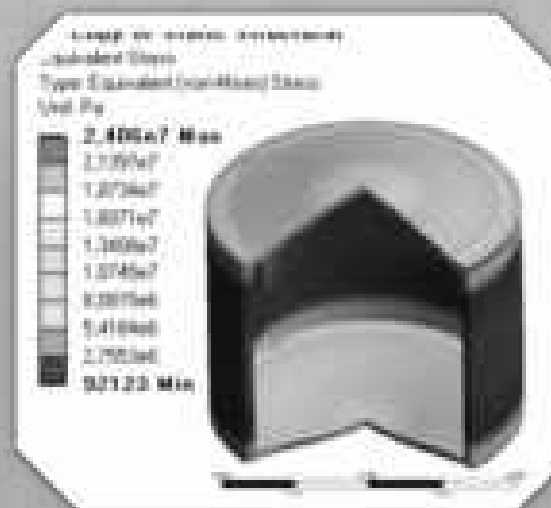


Рис. 20 Эпюра эквивалентных напряжений

Заключение

В ходе научно-исследовательской работы были получены:

- 1) аналитический расчет продольной силы и изгибающих моментов в цилиндре и изгибающих моментов в днище корпуса трансформатора;**
- 2) проведен расчет напряжений в цилиндре;**
- 3) проведен расчет напряжений в днище корпуса трансформатора в зависимости от толщины днища;**
- 4) проведен аналитический расчет прочности корпуса (цилиндра и днища) трансформатора, который показала, что, при исходных размерах корпуса трансформатора и теплового режима, условия прочности выполняются;**
- 5) проведен вероятностный расчет методом двух моментов начальной надежности цилиндра в продольном направлении при сжатии, как наиболее опасной деформации, которая составила – $P_s=0.99999$, что больше допустимой $P_s=0.999$.**
- 6) построена конечно-элементная модель в программном комплексе ANSYS**

Спасибо за внимание!