

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
«Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина»

# **ИССЛЕДОВАНИЕ УПРУГИХ СВОЙСТВ ПОЛИМЕРНЫХ ИЗДЕЛИЙ, ИЗГОТОВЛЕННЫХ МЕТОДОМ 3D ПЕЧАТИ**

**Выполнил:** ст. 2-33м Смирнов И.С.  
**Руководитель:** канд. техн. наук, доц. Огурцов Ф.Б.

# Цель и задачи

---

## ▶ Цель работы:

Разработка методики, позволяющей определить усредненный модуль Юнга нелинейного материала для предварительных расчетов.

## ▶ Задачи работы:

1. Проведение предварительных экспериментальных исследований упругих свойств материалов образцов;
2. Экспериментальное исследование характеристик материала на универсальной испытательной машине УТС-101-10;
3. Получение регрессионных зависимостей для диаграмм нагружения;
4. Разработка методик оценки усредненного модуля Юнга с учетом напряженного состояния объекта;

# Предварительное экспериментальное исследование



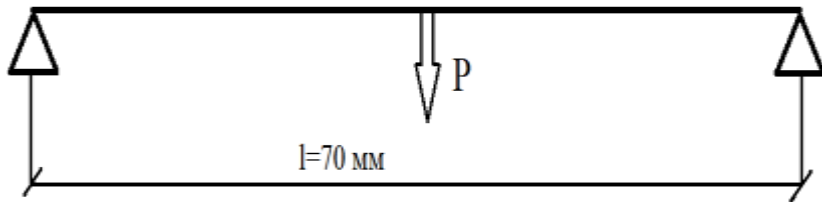
Схема измерений при  
сосредоточенной силе



Схема измерений при  
распределенной нагрузке

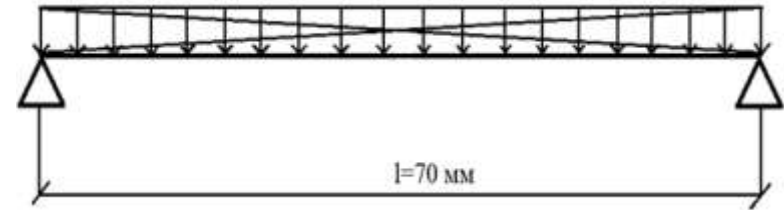
# Результаты оценки модулей Юнга

Расчетная схема для  
сосредоточенной силы



$$E = \frac{P \cdot l^3}{48 \cdot \Delta l_{cp} \cdot I}$$

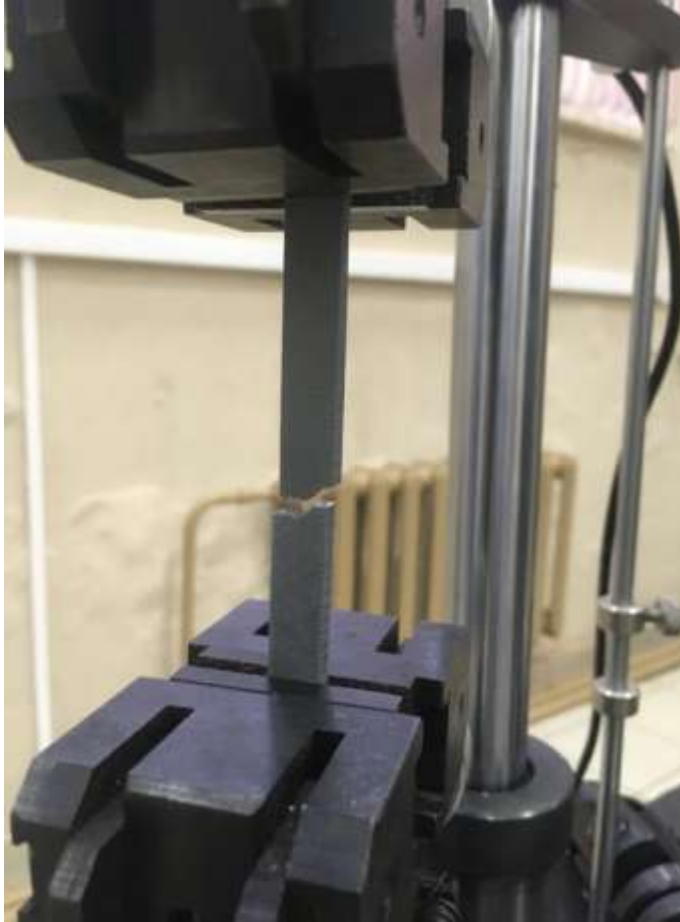
Расчетная схема для  
распределенной нагрузки



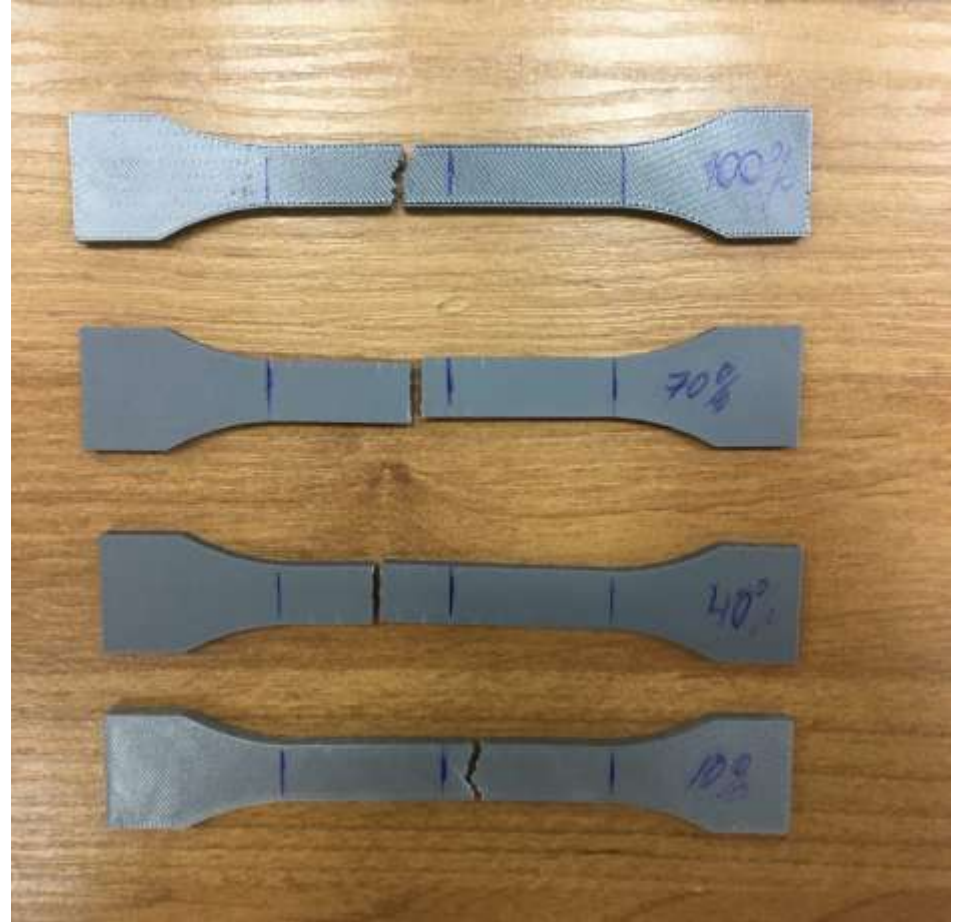
$$E = \frac{5 \cdot q \cdot l^4}{384 \cdot \Delta l \cdot I}$$

Заполнение, %	Значения модулей Юнга, Мпа	
	Сосредоточенная нагрузка	Распределенная нагрузка
100	963,5	859,4
70	954,1	836,9
40	926,4	820,1
10	763,1	696,3

# Испытание материалов на растяжение

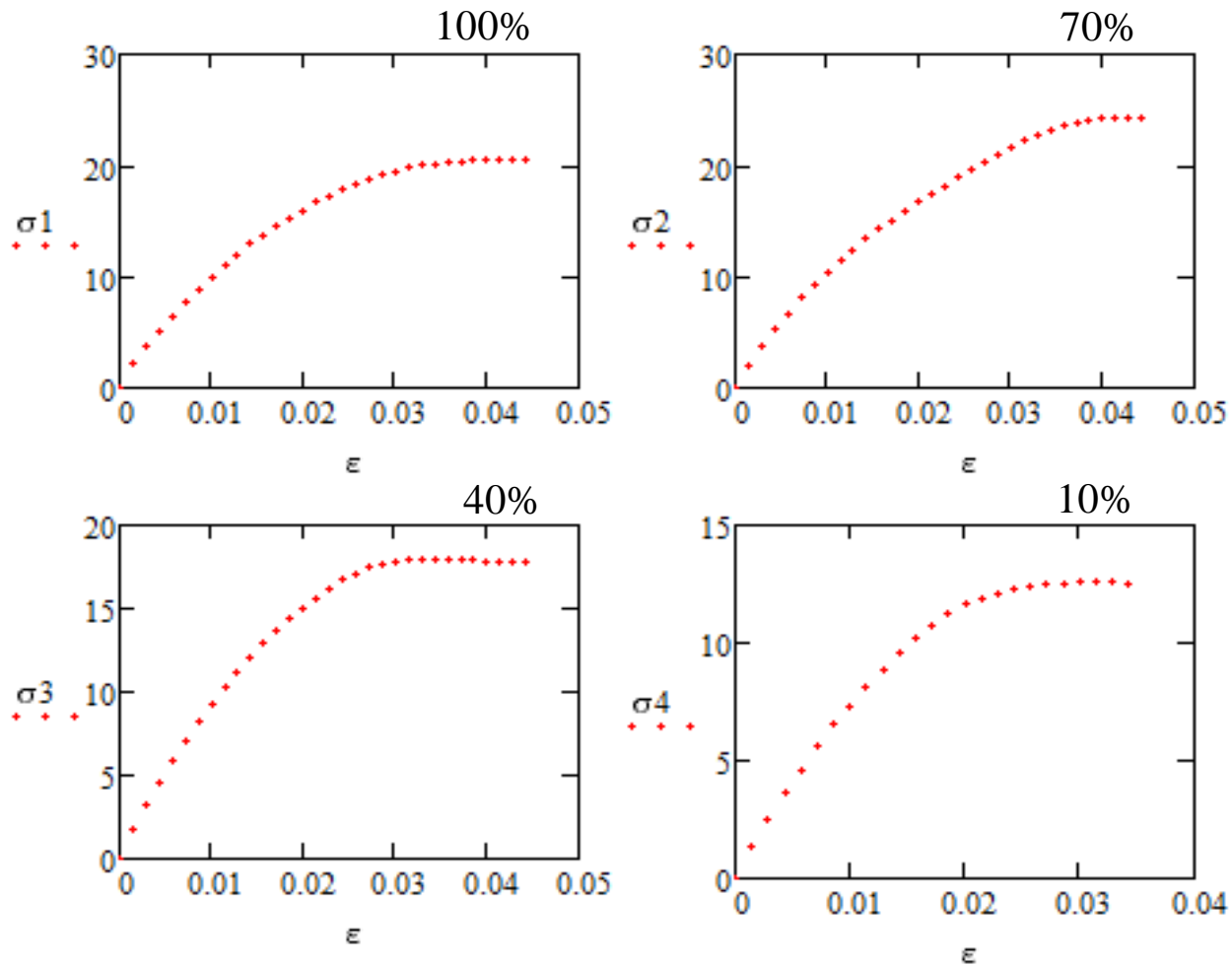


Испытание образца на разрывной машине



Вид образцов после разрушения

# Диаграммы растяжения материалов



# Регрессионный анализ

---

- ▶ Регрессионная модель:

$$\sigma(\varepsilon) = a_1 \cdot \varepsilon + a_2 \cdot \varepsilon^2 + a_3 \cdot \varepsilon^3$$

- ▶ Функция невязки:

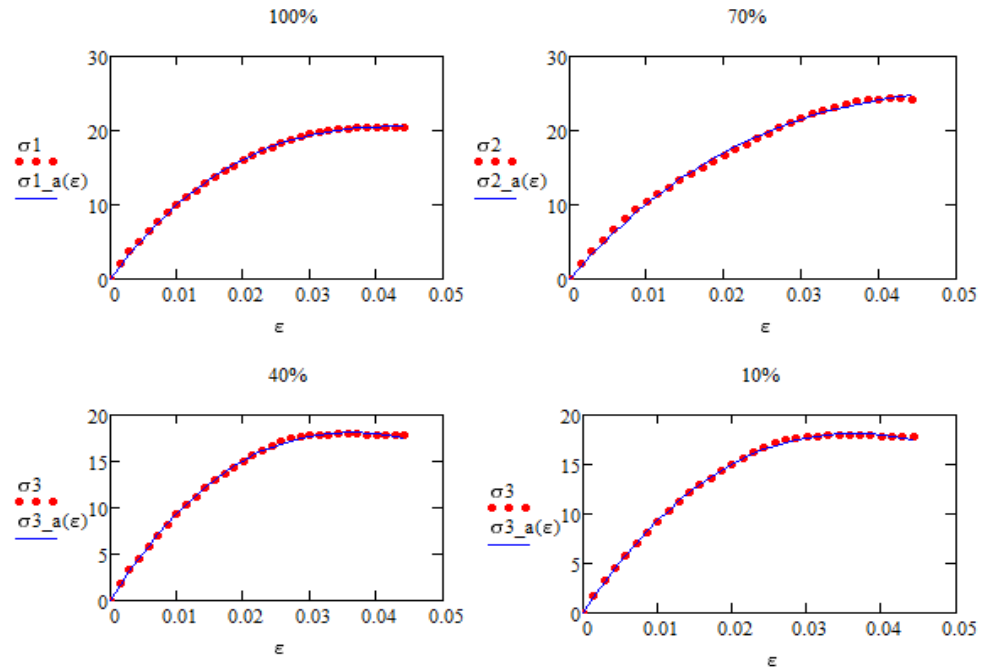
$$F = \sum_{i=1}^n \left( \sigma_i - (a_1 \cdot \varepsilon_i + a_2 \cdot \varepsilon_i^2 + a_3 \cdot \varepsilon_i^3) \right)^2 \rightarrow \min$$

- ▶ Система уравнений:

$$\begin{cases} \frac{\partial F}{\partial a_1} = 0 \rightarrow \sum_{i=0}^n \left( \left[ \sigma_i - (a_1 \cdot \varepsilon_i + a_2 \cdot \varepsilon_i^2 + a_3 \cdot \varepsilon_i^3) \right] \cdot \varepsilon_i \right) = 0 \\ \frac{\partial F}{\partial a_2} = 0 \rightarrow \sum_{i=0}^n \left( \left[ \sigma_i - (a_1 \cdot \varepsilon_i + a_2 \cdot \varepsilon_i^2 + a_3 \cdot \varepsilon_i^3) \right] \cdot \varepsilon_i^2 \right) = 0 \\ \frac{\partial F}{\partial a_3} = 0 \rightarrow \sum_{i=0}^n \left( \left[ \sigma_i - (a_1 \cdot \varepsilon_i + a_2 \cdot \varepsilon_i^2 + a_3 \cdot \varepsilon_i^3) \right] \cdot \varepsilon_i^3 \right) = 0 \end{cases}$$

# Результаты регрессионного анализа

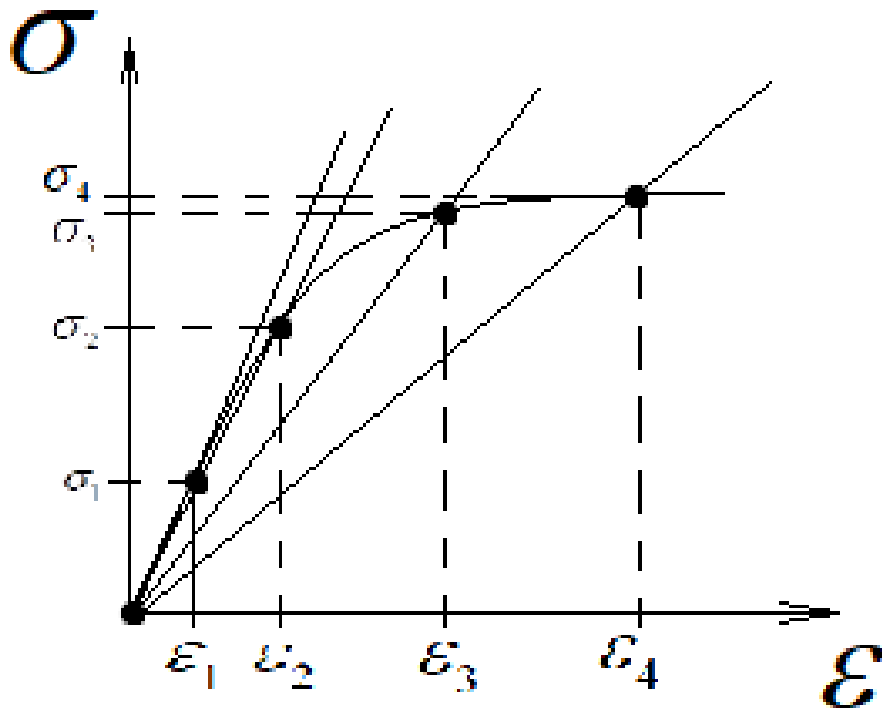
Заполнение, %	Коэффициенты регрессии		
	a1	a2	a3
100%	1213	-23174	141160
70%	1189	-18926	106383
40%	1140	-21529	106406
10%	920	-18720	69798





# Оценка усредненного модуля Юнга методом взвешенного усреднения

Диаграмма растяжения



Взвешенное усреднение  
осуществляется по формуле:

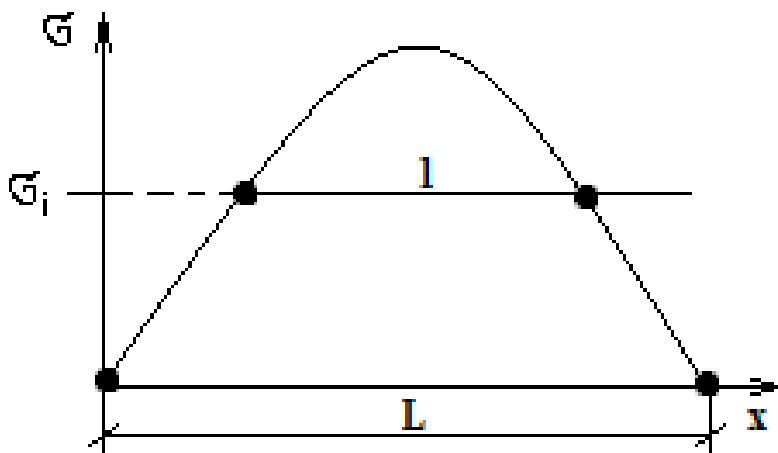
$$E_{\text{экв}} = \sum_{i=1}^N \frac{E_i \cdot I_i}{N};$$

$$E_i = \frac{\sigma_i}{\varepsilon_i};$$

$$I_i = \frac{1}{l} \int_0^l P | \sigma(x) < \sigma_i dx;$$

# Результаты оценки усредненного модуля Юнга методом взвешенного усреднения

Эпюра напряжений



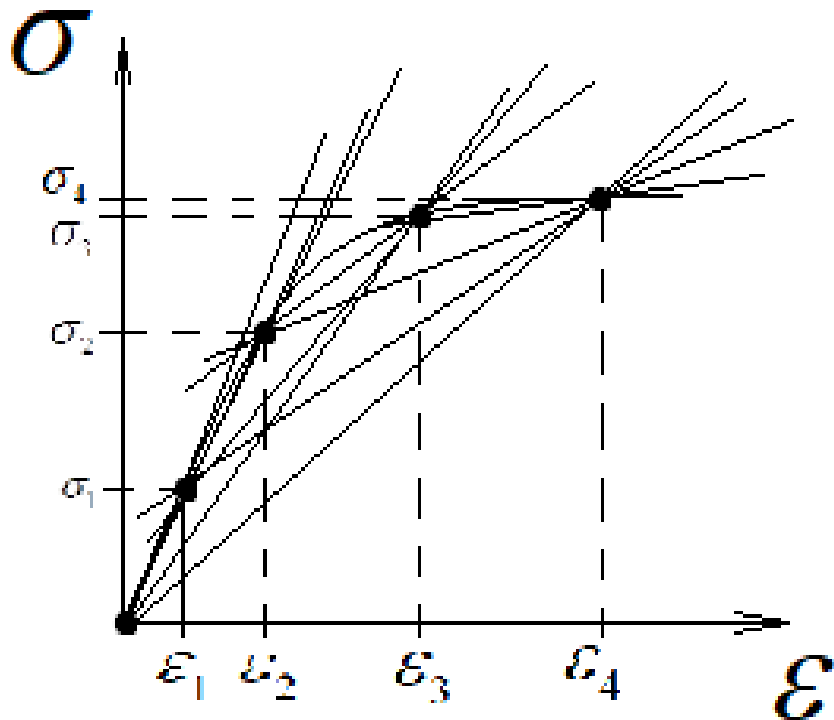
Физический смысл взвешивающей функции в простейшем случае:

$$I_i = \frac{l}{L}$$

Заполнение, %	Значения эквивалентных модулей Юнга, Мпа	
	Сосредоточенная нагрузка	Распределенная нагрузка
100	1088,7	1011,3
70	1024,1	980,6
40	1006,5	878,6
10	831,3	795,2

# Оценка модуля Юнга методом взвешенных модальных значений.

Диаграмма растяжения



Критерий Байеса:

$$W(E(\sigma_i, \sigma_j)) \cdot I(\sigma_i) \cdot I(\sigma_j) \rightarrow \max;$$

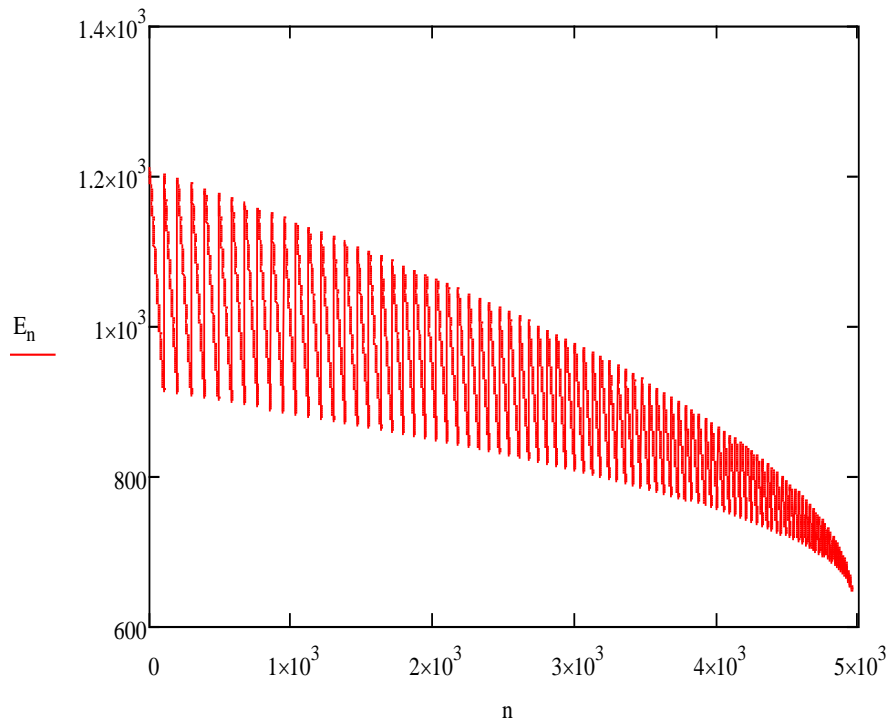
$$E = \frac{\sigma_i - \sigma_j}{\varepsilon_i - \varepsilon_j};$$

$W(E)$  – плотность вероятности;

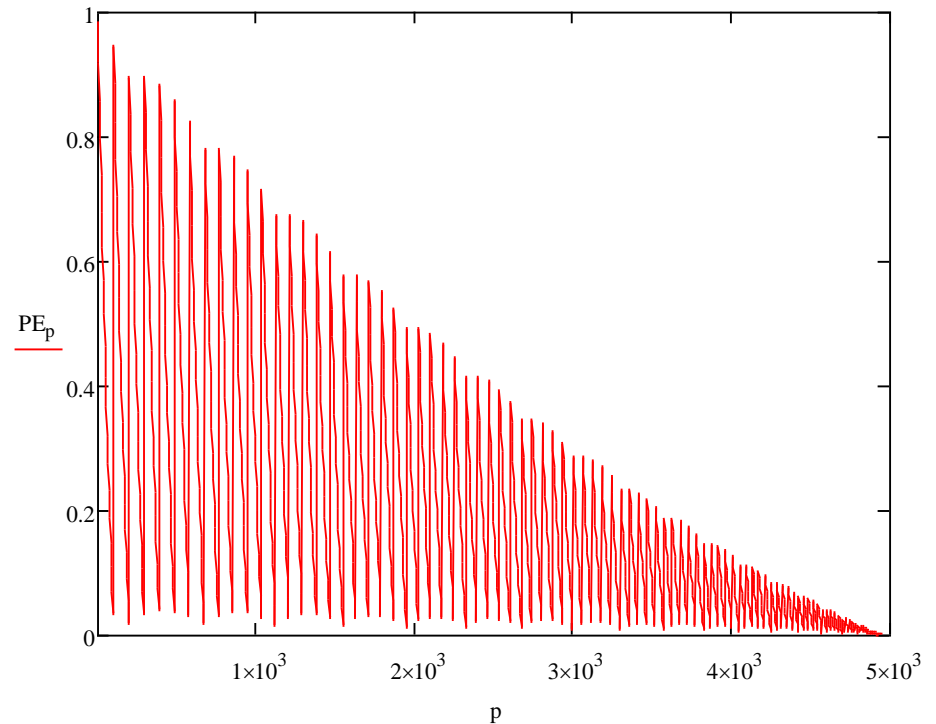
$I(\sigma)$  – интегральная функция распределения вероятности;

$$I(\sigma_i) = \frac{1}{l} \int_0^l P|\sigma(x) < \sigma_i| dx;$$

# Результаты расчета модуля Юнга моделей и вероятностей моделей



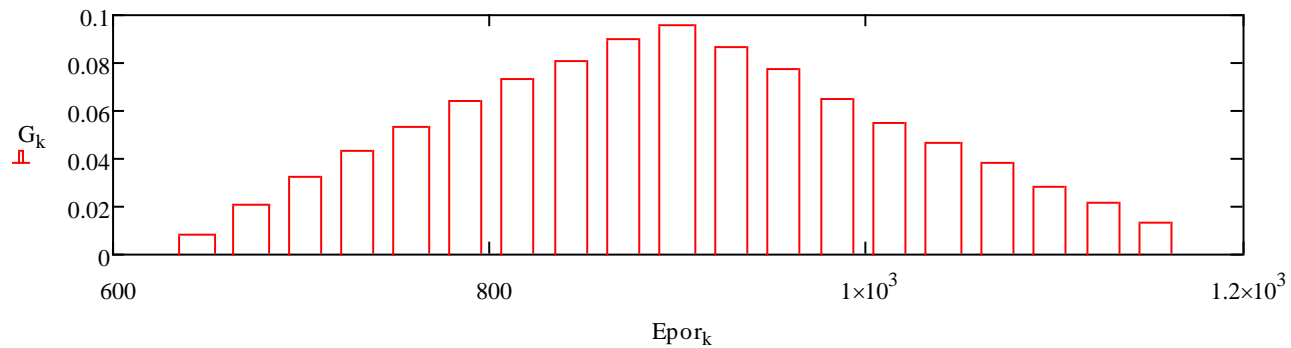
Массив значений модуля Юнга



Массив значений полных вероятностей моделей

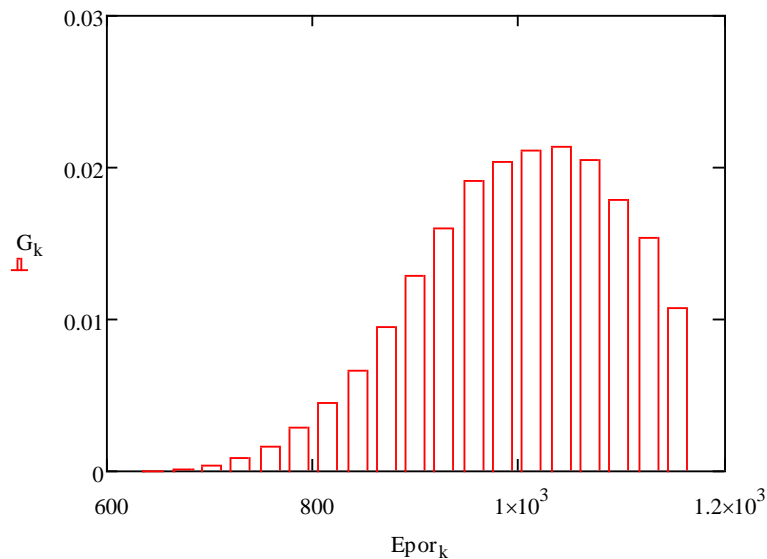


# Результаты оценки модуля Юнга без взвешивания



Заполнение, %	Модальные значения модуля Юнга без взвешивания, Мпа
100	795,1
70	762,3
40	745,1
10	613,1

# Результаты оценки взвешенного модуля Юнга



	Модальные значения взвешенного модуля Юнга, МПа	
Заполнение, %	Сосредоточенная нагрузка	Распределенная нагрузка
100	1012,3	871,4
70	982,8	866,7
40	948,9	840,6
10	780,6	702,2

# Результаты

	Значения модулей Юнга для сосредоточенной силы, Мпа			
Заполнение, %	Усредненное	Взвешенное усреднение	Взвешенное модальное	Эксперимент
100%	795,4	1088,7	1012,3	963,5
70%	762,3	1024,1	982,8	954,1
40%	745,1	1006,5	948,9	926,4
10%	613,1	831,3	780,6	763,1

	Значения модулей Юнга для распределенной нагрузки, Мпа			
Заполнение, %	Усредненное	Взвешенное усреднение	Взвешенное модальное	Эксперимент
100%	795,4	1011,3	871,4	859,4
70%	762,3	980,6	866,7	836,9
40%	745,1	878,6	840,6	820,1
10%	613,1	795,2	702,2	696,3

# Практическое использование результатов работы

---

▶ Результаты работы могут быть реализованы на практике следующим образом:

1. Изготавливается образец из материала с выбранным коэффициентом заполнения. Далее проводится испытание на растяжение и строится диаграмма нагружения.

2. Исходя из предела прочности методом усреднения без взвешивания, считая напряжения равномерно распределенными, вычисляется модуль Юнга в начальном приближении.

3. Проводится прочностной расчет объекта в программе, используя начальные приближения модуля Юнга. В результате получается картина напряженного состояния.

4. Проводится статистический анализ методом среднего взвешивания или модального значения. Вычисляются уточненные значения модулей Юнга для данного напряженного состояния.

5. На базе полученных значений проводится оптимизация конструкций с учетом требований к допустимым деформациям.

▶ 6. Выполняется проверочный расчет с использованием полученных регрессионных зависимостей.

---



---

Спасибо за внимание!