

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

«Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина»
Кафедра теоретической и прикладной механики

Отчет
по производственной практике
(проектно-технологической практике)

Выполнил: студент гр.2-33м

Аксенов Андрей Дмитриевич

руководитель: к.т.н., доцент

Ноздрин Михаил Александрович

Иваново 2022

Цель и задачи практики

- Цель: Исследование напряженно-деформируемого состояния пластины из трехслойного композитного материала.
- Задачи:
 1. Определение физико-механических характеристик исследуемого материала.
 2. Определение напряженно-деформируемого состояния пластины из трехслойного композита численным методом.
 3. Определение напряженно-деформируемого состояния пластины из трехслойного композита аналитическим методом.
 4. Рассмотреть модели деформирования трехслойных композитных пластин.
 5. Определение критического напряжения для устойчивости трехслойной композитной пластины.

1. Определение физико-механических характеристик исследуемого материала.

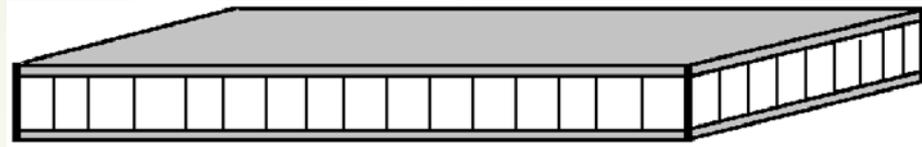


Рисунок 1 – Схема материала

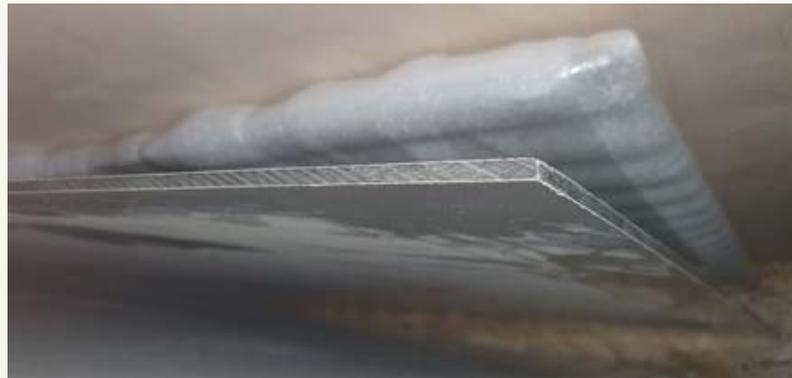


Рисунок 2 – Алюмокомпозитная панель



1. Определение физико-механических характеристик исследуемого материала.

Таблица 1 – Характеристики материала

| | |
|--|---------------------|
| Масса (кг/м²) | 7,6 |
| Усредненная плотность, кг/м³ | 1900 |
| Предел прочности при растяжении, не менее, МПа | 32 |
| Предел прочности при изгибе, не менее, МПа | 80 |
| Относительное удлинение при растяжении, не менее, % | 3 |
| Допустимое напряжение при изгибе, МПа | 67 |
| Максимальная нагрузка при расслаивании, Н/мм | 5,5 |
| Модуль упругости при изгибе, МПа | 1,4x10 ⁴ |
| Рабочий диапазон температур, °С | -50/+80 |

2. Определение напряженно-деформируемого состояния пластины из трехслойного композита численным методом.

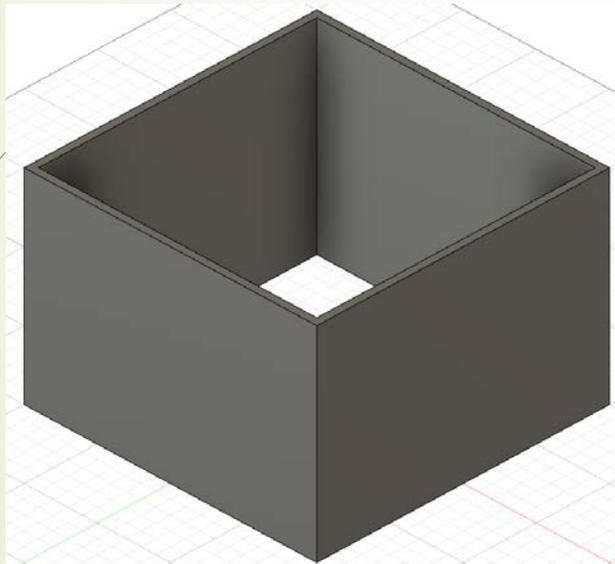


Рисунок 3 – Каркас из алюмокompозитной панели

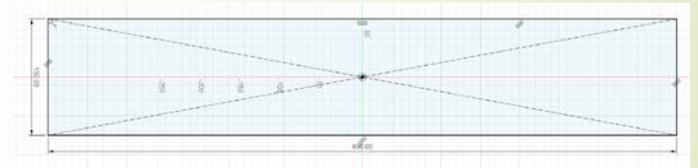


Рисунок 4 – Пластина-развертка

2. Определение напряженно-деформируемого состояния пластины из трехслойного композита численным методом.

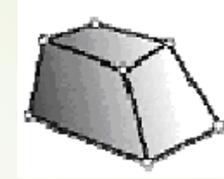


Рисунок 5 – Четырехсторонний трехмерный конечный элемент

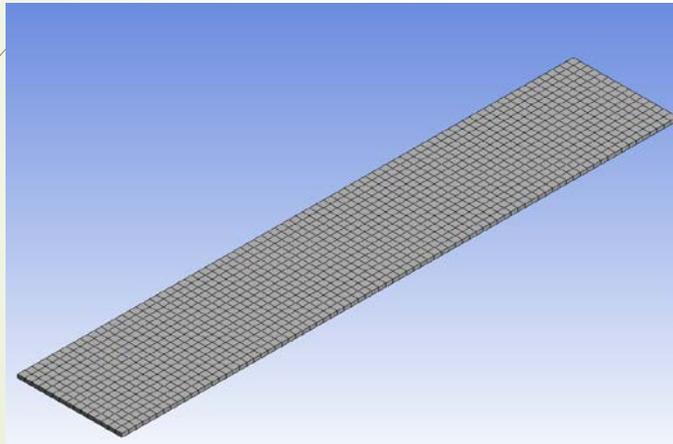


Рисунок 6 – КЭ-модель пластины

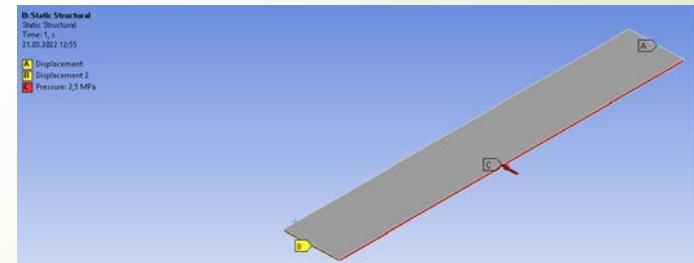


Рисунок 7 – Граничные условия

2. Определение напряженно-деформируемого состояния пластины из трехслойного композита численным методом.

В ходе численного расчета были получены следующие результаты деформации и напряжений по Мизесу:

Максимальная деформация пластины составляет 0,95 мм (рис.8).

Максимальные допустимые напряжения по Мизесу составили 59 МПа (рис.9).

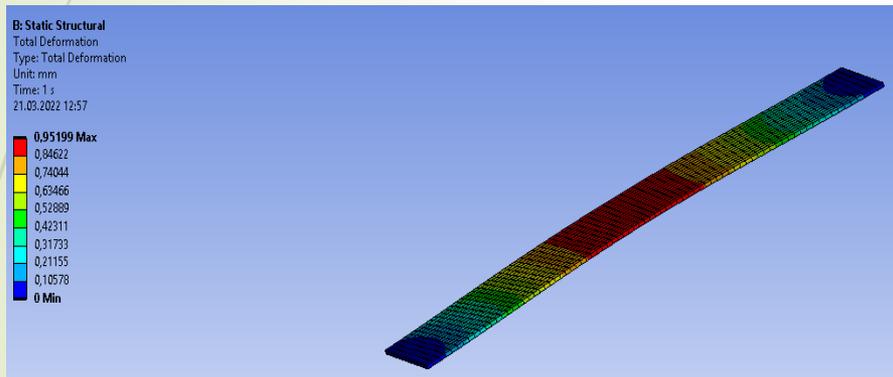


Рисунок 8 – Изгиб пластины

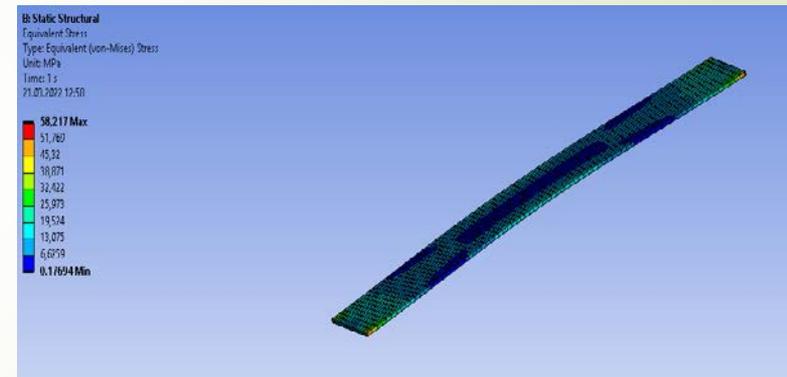


Рисунок 9 – Напряжения по Мизесу

2. Определение напряженно-деформируемого состояния пластины из трехслойного композита численным методом.

Расчет выполнен для расчетного случая, получено распределение напряжений по критерию фон-Мизеса:

$$\sigma_{\text{ЭКВ}} = \sqrt{\frac{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2}{2} + 3 \times (\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)}$$

Из численного решения, максимальное эквивалентное напряжение для расчетного случая составляет $\sigma_{\text{ЭКВ}} = 59$ МПа.

Из условия прочности: $\sigma_{\text{ЭКВ}} < \sigma_T$, где $\sigma_T = 80$ МПа – допускаемое напряжение;

$\sigma_{\text{ЭКВ}}$ – действующее напряжение.

Критерий несущей способности:

$$\eta > [\eta],$$

где $[\eta] = 1$ – минимально допустимый коэффициент запаса прочности.

Коэффициент запаса прочности:

$$\eta = \frac{\sigma_T}{\sigma_{\text{ЭКВ}}} = \frac{80}{59} = 1.35 > 1$$

Коэффициент запаса прочности больше единицы, несущая способность конструкции для расчетного случая обеспечена

3. Определение напряженно-деформируемого состояния пластины из трехслойного композита аналитическим методом.

Прочность монослоя, находящегося в условиях плоского напряженного состояния, определяется следующими характеристиками:

- ▶ пределы прочности при растяжении и сжатии вдоль волокон $\sigma_{1b}^{(\pm)}$;
- пределы прочности при растяжении и сжатии поперек волокон $\sigma_{2b}^{(\pm)}$;
- предел прочности при сдвиге в плоскости монослоя τ_b .

3. Определение напряженно-деформируемого состояния пластины из трехслойного композита аналитическим методом.



Рисунок 10 - Предельная поверхность по критерию максимальных напряжений

$$\begin{aligned} \sigma_{1b}^{(-)} &\leq \sigma_1 \leq \sigma_{1b}^{(+)} \\ \sigma_{2b}^{(-)} &\leq \sigma_2 \leq \sigma_{2b}^{(+)} \\ |\tau_{12}| &\leq \tau_b. \end{aligned} \quad (1)$$

$$\eta = \frac{1}{\max\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_{1b}^{(+)}}, \frac{\sigma_2}{\sigma_{2b}^{(+)}}, \left|\frac{\tau_{12}}{\tau_b}\right|\right)}, \quad (2)$$

$$\text{где } \sigma_{1b} = \begin{cases} \sigma_{1b}^{(+)}, & \sigma_1 > 0 \\ \sigma_{1b}^{(-)}, & \sigma_1 < 0 \end{cases}, \quad \sigma_{2b} = \begin{cases} \sigma_{2b}^{(+)}, & \sigma_2 > 0 \\ \sigma_{2b}^{(-)}, & \sigma_2 < 0 \end{cases}.$$

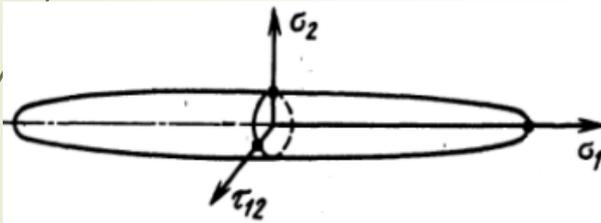


Рисунок 11 – Предельная поверхность по критерию Мизеса-Хилла

$$\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_{1b}}\right)^2 - \frac{\sigma_1 \sigma_2}{\sigma_{1b}^2} + \left(\frac{\sigma_2}{\sigma_{2b}}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{12}}{\tau_b}\right)^2 \leq 1. \quad (3)$$

$$\eta = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_{1b}}\right)^2 - \frac{\sigma_1 \sigma_2}{\sigma_{1b}^2} + \left(\frac{\sigma_2}{\sigma_{2b}}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{12}}{\tau_b}\right)^2}} \quad (4)$$

3. Определение напряженно-деформируемого состояния пластины из трехслойного композита аналитическим методом.

$$F_1\sigma_1 + F_2\sigma_2 + F_{11}\sigma_1^2 + 2F_{12}\sigma_1\sigma_2 + F_{22}\sigma_2^2 + F_{33}\tau_{12}^2 \leq 1 \quad (5)$$

$$F_1 = \frac{1}{\sigma_{1b}^{(+)}} + \frac{1}{\sigma_{1b}^{(-)}}; \quad F_2 = \frac{1}{\sigma_{2b}^{(+)}} + \frac{1}{\sigma_{2b}^{(-)}};$$

$$F_{11} = \frac{1}{\sigma_{1b}^{(+)}\sigma_{1b}^{(-)}}; \quad F_{22} = \frac{1}{\sigma_{2b}^{(+)}\sigma_{2b}^{(-)}}; \quad F_{33} = \frac{1}{\sigma_{2b}^{(+)}\sigma_{2b}^{(-)}}; \quad (6)$$

$$A\eta^2 + B\eta - 1 = 0 \quad (7)$$

$$\eta = -\frac{B}{2A} + \sqrt{\left(\frac{B}{2A}\right)^2 + \frac{1}{A}}$$

Здесь

$$A = F_{11}\sigma_1^2 + 2F_{12}\sigma_1\sigma_2 + F_{22}\sigma_2^2 + F_{33}\tau_{12}^2;$$
$$B = F_1\sigma_1 + F_2\sigma_2.$$

3. Определение напряженно-деформируемого состояния пластины из трехслойного композита аналитическим методом.

Алгоритм расчета на прочность многослойного пакета, находящегося под действием мембранных усилий T_x , T_y и T_{xy} , выглядит следующим образом:

- 1) определение компонент матрицы жесткости пакета;
- 2) определение упругих характеристик пакета;
- 3) определение средних напряжений;
- 4) определение деформаций пакета;
- 5) определение напряжений в монослоях;
- 6) проверка выполнения условий прочности для каждого монослоя.

В первом приближении можно считать, что разрушение многослойного композита происходит, если условия прочности нарушаются хотя бы для одного монослоя (first ply criterion).

Таблица 2. Пределы прочности монослоя

| Предел прочности | $\sigma_{1b}^{(\pm)}$, МПа | $\sigma_{1b}^{(\pm)}$, МПа | $\sigma_{1b}^{(\pm)}$, МПа | $\sigma_{1b}^{(\pm)}$, МПа | τ_b , МПа |
|------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|----------------|
| Значение | 0,7 | -0,6 | 0,04 | -0,2 | 0,055 |

$$\eta = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{-0,3}{-0,6}\right)^2 - \frac{-0,3 * 0,01}{(-0,6)^2} + \left(\frac{0,01}{0,04}\right)^2 + 0}} = 1,77$$

4. Модели деформирования трехслойных конструкций

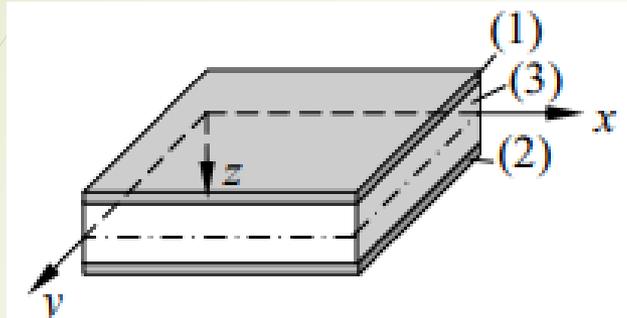


Рисунок 12 – Нумерация слоев

$$\begin{aligned}
 U_x(x, y, z) &= \sum_{k=0}^m a_k(x, y)z^k; \\
 U_y(x, y, z) &= \sum_{k=0}^m b_k(x, y)z^k; \\
 U_z(x, y, z) &= \sum_{k=0}^m c_k(x, y)z^k;
 \end{aligned} \tag{9}$$

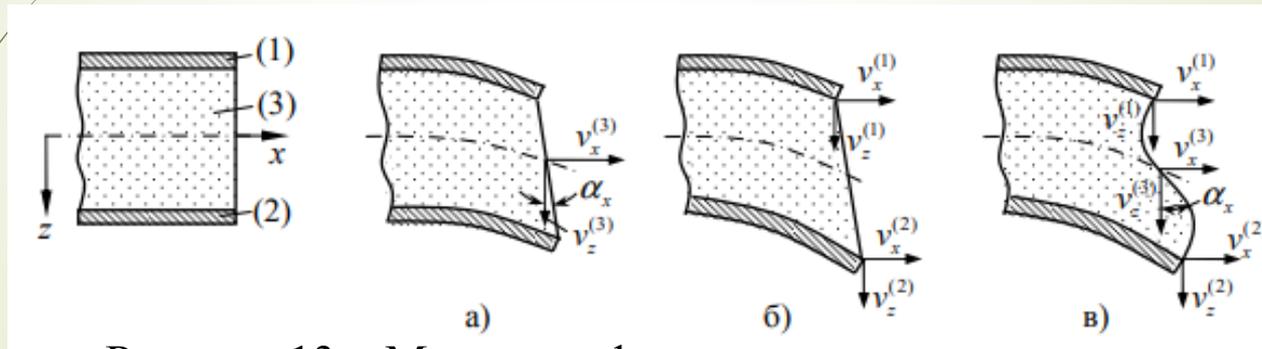


Рисунок 13 – Модели деформирования заполнителя

$$\begin{aligned}
 \text{а)} \quad & U_x = a_0 + a_1z; \quad U_y = b_0 + b_1z; \quad U_z = c_0. \\
 \text{б)} \quad & U_x = a_0 + a_1z; \quad U_y = b_0 + b_1z; \quad U_z = c_0 + c_1z. \\
 \text{в)} \quad & U_x = a_0 + a_1z + a_2z^2 + a_3z^3; \quad U_y = b_0 + b_1z + b_2z^2 + b_3z^3; \quad U_z = a_0 + a_1z + \\
 & \quad \quad \quad a_2z^2 + a_3z^3;
 \end{aligned} \tag{10}$$

5. УСТОЙЧИВОСТЬ ПЛАСТИН

При исследовании устойчивости трехслойных пластин следует различать две формы потери устойчивости:

- общая форма потери устойчивости, обусловленная в основном, искривлением срединной поверхности пластины;
- местная форма потери устойчивости, выражающаяся в искривлении (сморщивании) внешних несущих слоев и происходящую без искривления срединной поверхности пластины.

Пусть начало координат O находится в левом нижнем углу пластины, ось Ox направлена вдоль стороны a , а ось Oy – вдоль стороны b (Рис. 18).

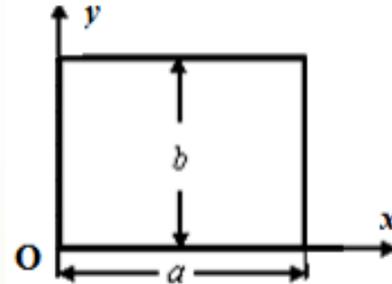


Рисунок 18 – Система координат прямоугольной пластины

$$\begin{aligned}
 C_{xx} \frac{\partial^2 u_\beta}{\partial x^2} + C_{xy} \frac{\partial^2 v_\beta}{\partial x \partial y} - \frac{G_{xz}}{H} \left(u_\beta - \left(H + \frac{h}{2} \right) \frac{\partial w}{\partial x} \right) &= 0; \\
 C_{yy} \frac{\partial^2 v_\beta}{\partial x^2} + C_{xy} \frac{\partial^2 u_\beta}{\partial x \partial y} - \frac{G_{yz}}{H} \left(v_\beta - \left(H + \frac{h}{2} \right) \frac{\partial w}{\partial y} \right) &= 0; \\
 Iw + \left(H + \frac{h}{2} \right) \left(I_1 \left(\frac{\partial u_\beta}{\partial x} \right) + I_2 \left(\frac{\partial v_\beta}{\partial y} \right) \right) + \frac{q \partial^2 w}{2 \partial x^2} &= 0.
 \end{aligned} \tag{11}$$

5. Устойчивость пластин

$$w = \sum_{m=1}^{\infty} A_m \sin \frac{\pi m x}{a}, \quad (12)$$

где m – число полуволн в направлении оси Ox .

$$\sum_{m=1}^{\infty} A_m \left(2C_{xx} \left(H + \frac{h}{2} \right)^2 \left(\frac{\pi m}{a} \right)^4 - q \left(\frac{C_{xx} H}{G_{xz}} \left(\frac{\pi m}{a} \right)^4 + \left(\frac{\pi m}{a} \right)^2 \right) \right) \sin \frac{\pi m x}{a} = 0. \quad (13)$$

Из последнего уравнения найдем выражение для параметра нагрузки

$$q = \frac{2C_{xx} \left(H + \frac{h}{2} \right)^2 \left(\frac{\pi m}{a} \right)^2}{\frac{C_{xx} H}{G_{xz}} \left(\frac{\pi m}{a} \right)^2 + 1}. \quad (14)$$

Наименьшее значение параметра q достигается, очевидно, при $m = 1$. Таким образом, критическая нагрузка для пластины, находящейся в условиях цилиндрического изгиба, вычисляется по формуле:

$$q_{cr} = \frac{2C_{xx} \left(H + \frac{h}{2} \right)^2 \left(\frac{\pi}{a} \right)^2}{\frac{C_{xx} H}{G_{xz}} \left(\frac{\pi}{a} \right)^2 + 1}. \quad (15)$$

В ходе подстановки граничных условий была найдена величина критической нагрузки для исходной трехслойной пластины q_{cr} :

$$q_{cr} = 7 * 10^4 \text{ (н/м)}$$

Найдем величину критической нагрузки для пластины толщиной $2h$ без заполнителя. В результате расчета получим:

$$q_{cr} = 1,4 * 10^5 \text{ (н/м)}$$

Общая величина трехслойной пластины равна:

$$h_T = 2H + 2h = 0,003 + 0,004 = 0,007 \text{ (м)}$$

Таким образом, при увеличении за счет заполнителя общей толщины конструкции менее, чем в два раза, величина критической нагрузки увеличивается почти в пять раз.

6. ВЫВОДЫ

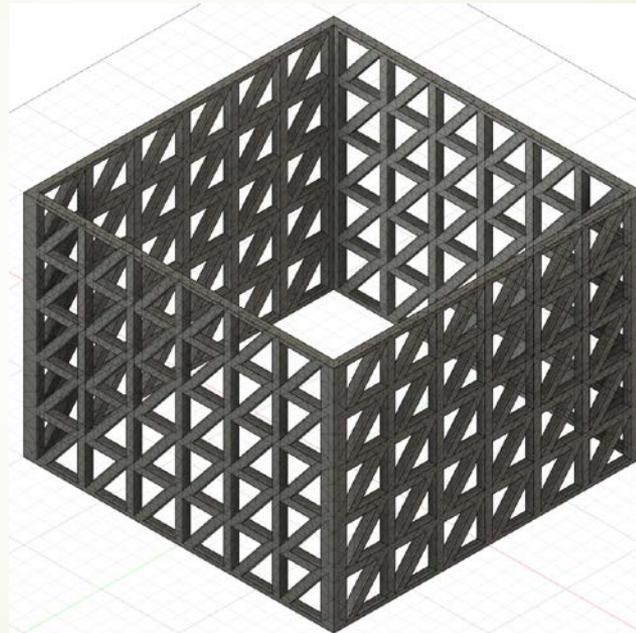


Рисунок 15 – Топологическая оптимизация

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

«Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина»

Кафедра теоретической и прикладной механики

Отчет
по производственной практике
(проектно-технологической практике)

Выполнил: студент гр.2-33м

Аксенов Андрей Дмитриевич

руководитель: к.т.н., доцент

Ноздрин Михаил Александрович

Иваново 2022