МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образование
«Ивановский государственный энергетический университет
имени В.И. Ленина»
Кафедра теоретической и прикладной механики

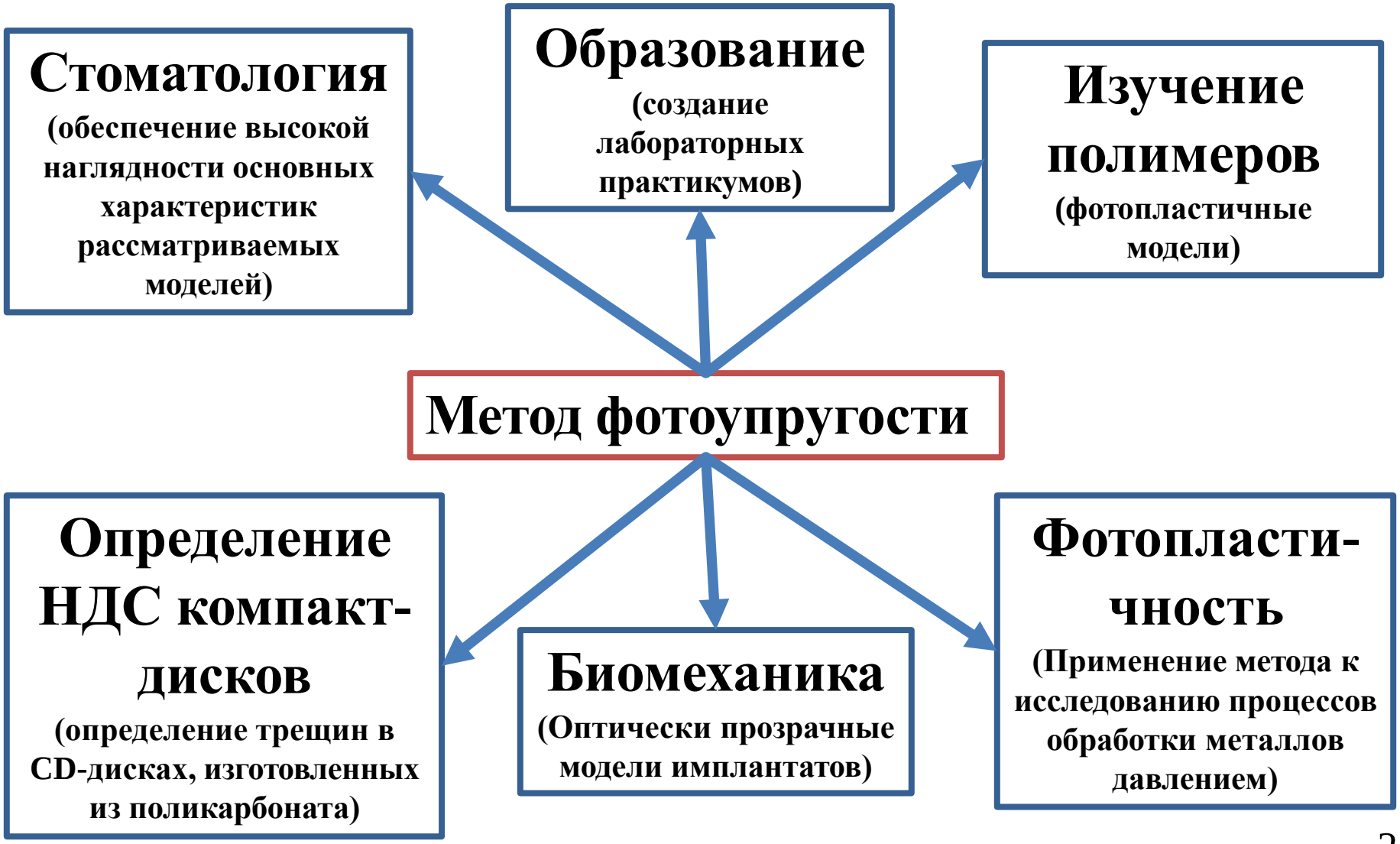
ВЫПУСКНАЯ-КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА «ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕНИЙ В ПРОЗРАЧНЫХ МИНИОБРАЗЦАХ МЕТОДОМ ФОТОУПРУГОСТИ»

Выполнила: студентка гр. 2-33м
Кузьмичева М.Д.
Руководитель: к.т.н., доцент
Шилов М.А.

Иваново 2022

Введение

Области применения фотоупругости:



Введение

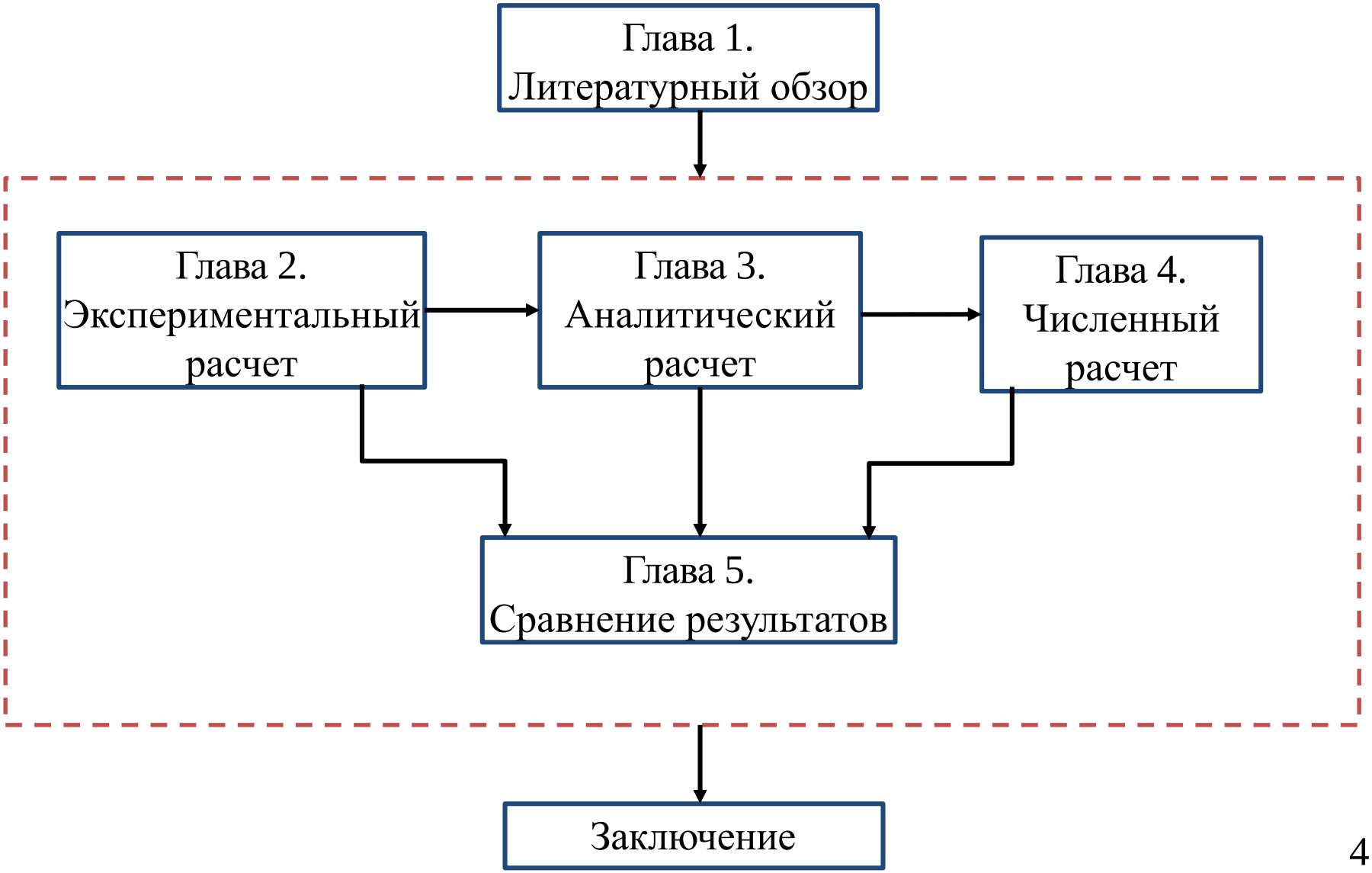
Цель: исследовать напряжения в прозрачных миниобразцах методом фотоупругости.

Задачи :

1. Провести литературный обзор согласно выбранной области исследования;
2. Разработать экспериментальную установку для определения характеристик оптически прозрачных миниобразцов методом фотоупругости. Провести экспериментальный расчет напряженного состояния исследуемых миниобразцов методом фотоупругости;
3. Получить аналитическое определение напряженного состояния исследуемых миниобразцов;
4. Определить численное значение напряженного состояния исследуемых миниобразцов;
5. Провести сравнительный анализ результатов экспериментального, аналитического и численного расчета.

Введение

Структура выпускной-квалификационной работы



Глава 1. Литературный обзор

Механика разрушения

а)

б)

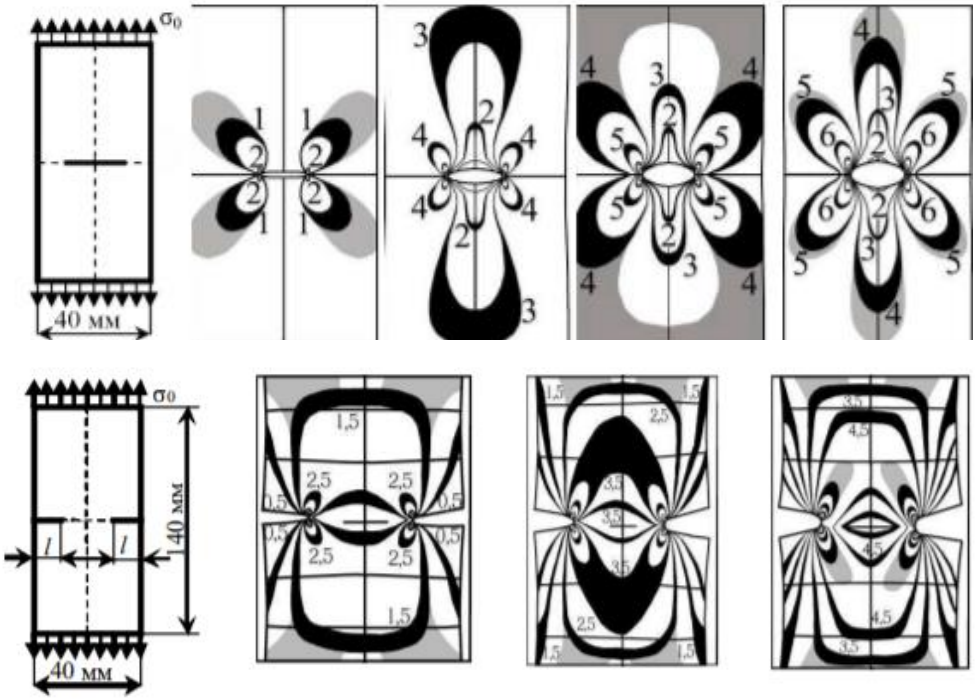


Рисунок 1.1 - Раскрытие трещины и картины полос интерференции при растяжении резиновой полосы с центральной горизонтальной трещиной разрезом (а) и с боковыми надрезами (б) [1]

Биомеханика

а)

б)

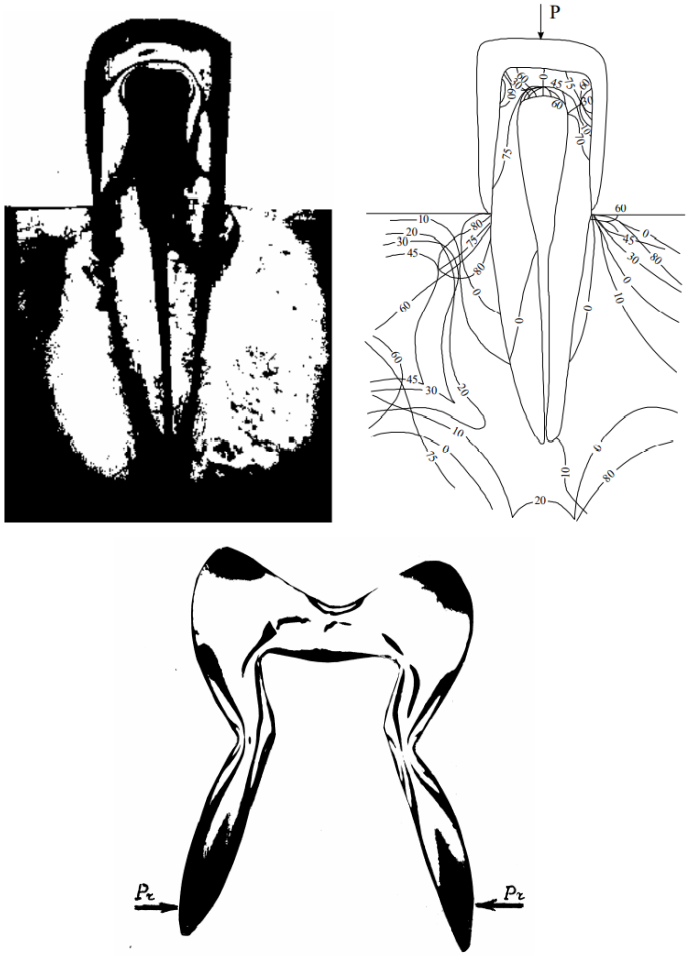


Рисунок 1.2 - Распределение напряжений зуба под действием жевательной (а) и корневой нагрузки (б) [2]

1. Долгих, В.С. Цифровая обработка результатов оптоэлектронных измерений (метод фотоупругости): приложения к задачам механики разрушения (многопараметрический анализ поля напряжений у вершины трещины) / В.С. Долгих, Л.В. Степанова, В.А. Туркова // Информационные технологии и нанотехнологии. – 2017. - №3. – С. 1425 – 1428. 2. Demidova, I.I. Photoelasticity and stomatology / I.I. Demidova // Russian Journal of Biomechanics. – 1998. – №1-2. – P. 71-80.

Глава 1. Литературный обзор

Остаточные напряжения в компакт-дисках

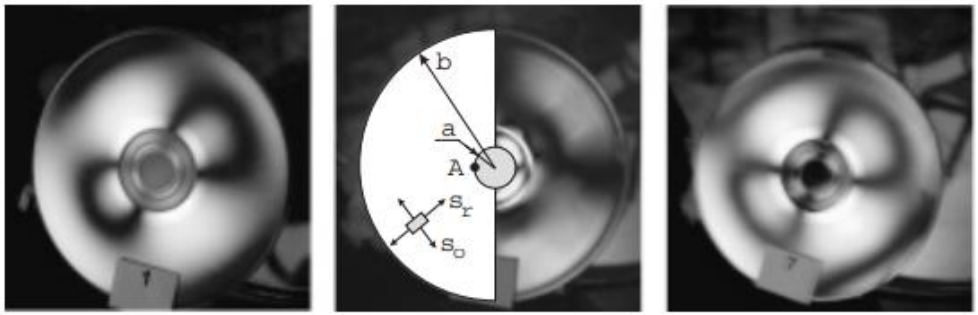


Рисунок 1.3 - Картины полос в различных типах CD

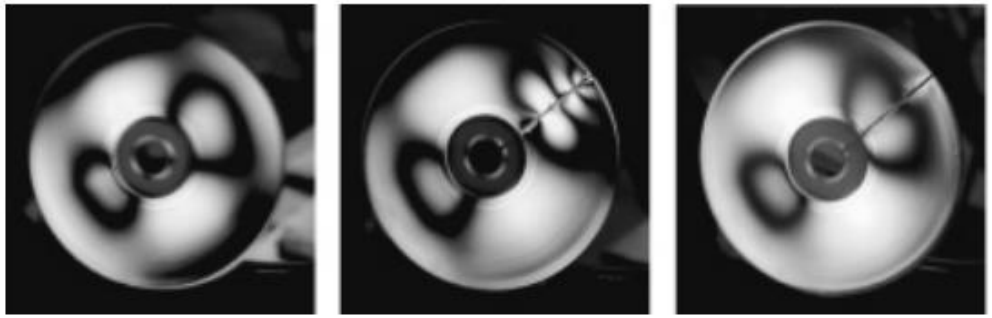


Рисунок 1.4 - Картины полос в различных типах CD при разрушении [3]

Механика контактного взаимодействия

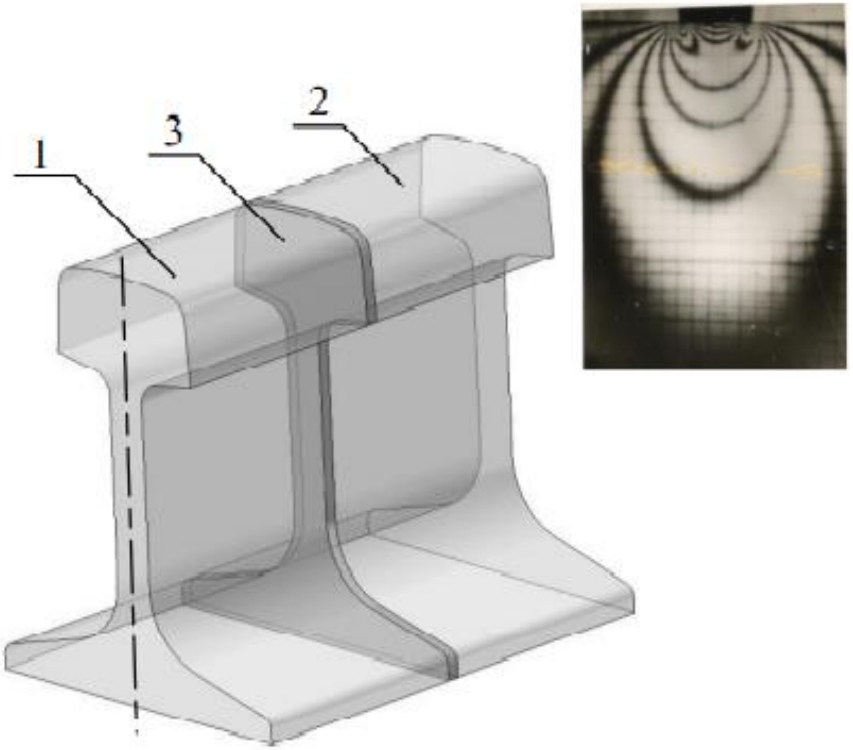


Рисунок 1.5 - Объемная составная модель рельса, изготовленная из оптически нечувствительного блочного оргстекла, 1, 2 с вклейкой из оптически чувствительного материала 3 [4]

3. Герасимов, С.И. Применение метода фотоупругости для анализа остаточных напряжений в компакт – дисках / С.И. Герасимов // Прикладная механика и техническая физика. – 2004. – №3. – С. 176 – 180. 4. Брюховецкая, Е.В. Применение метода голографической фотоупругости для исследования напряженного состояния железнодорожного рельса при его контакте с колесом / Е.В. Брюховецкая, О.В. Конищева, И.В. Кудрявцев // Современные технологии. Математика. Механика и машиностроение. – 2014. – №4. – С. 49 – 52.

Постановка задачи

Линейное напряженное состояние

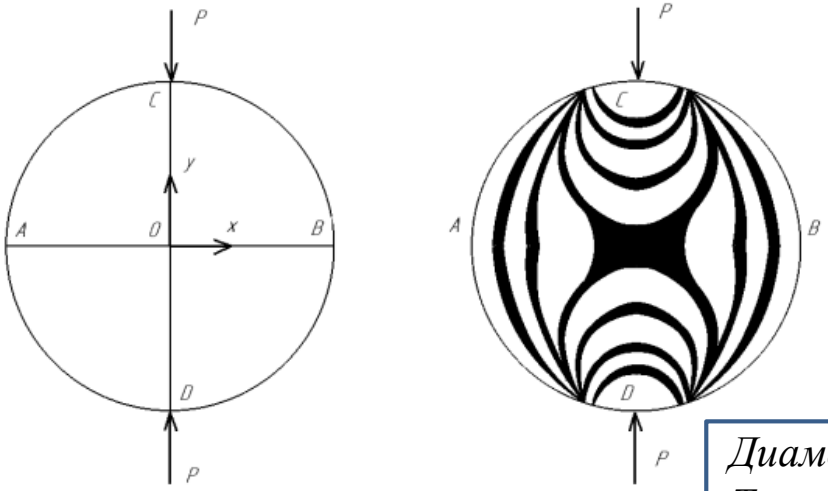


Рисунок 1.1 Схема нагружения диска – случай линейного напряженного состояния

Диаметр: $D = 25$ мм;
Толщина: $t = 6$ мм;
Материал: оргстекло, $[\sigma_{\text{пр}}] = 70$ МПа;
Нагрузка: $P = 56$ Н

Плоское напряженное состояние

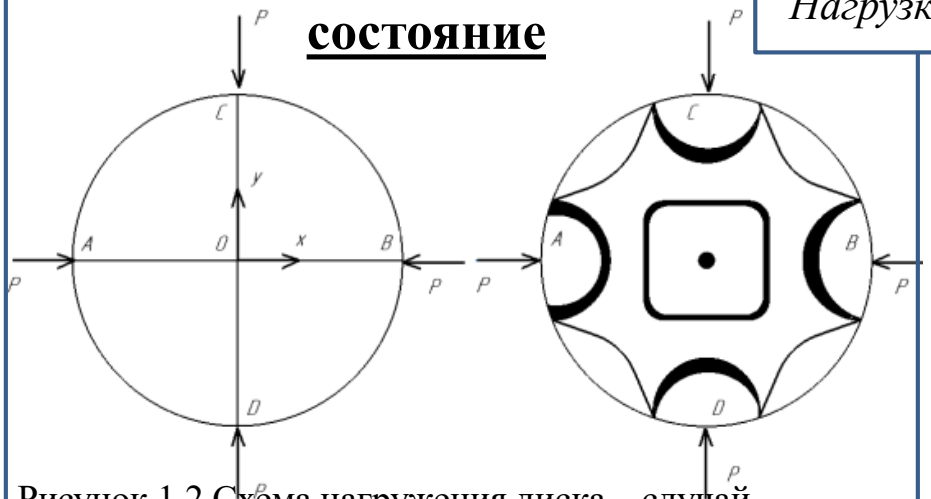


Рисунок 1.2 Схема нагружения диска – случай плоского напряженного состояния

Уравнения равновесия:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \dfrac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \dfrac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + \rho X = 0 \\ \dfrac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \dfrac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \dfrac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} + \rho Y = 0 \\ \dfrac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \dfrac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} + \dfrac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \rho Z = 0 \end{cases}$$

Физические уравнения:

$$\begin{cases} \sigma_x = \lambda\theta + 2\mu\varepsilon_x \\ \sigma_y = \lambda\theta + 2\mu\varepsilon_y \\ \sigma_z = \lambda\theta + 2\mu\varepsilon_z \end{cases}$$

$$\begin{cases} \tau_{xy} = 2\mu\varepsilon_{xy} \\ \tau_{yz} = 2\mu\varepsilon_{yz} \\ \tau_{zx} = 2\mu\varepsilon_{zx} \end{cases}$$

Геометрические уравнения:

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}, \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}, \varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z}$$

$$\varepsilon_{xy} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right), \varepsilon_{yz} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}\right),$$

$$\varepsilon_{zx} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z}\right)$$

Уравнения совместности деформаций:

$$\frac{\partial^4 u}{\partial x^4} + 2\frac{\partial^4 u}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 u}{\partial y^4} = 0$$

Граничные условия:

$$\begin{cases} P_{xn} = \sigma_x \cos(\bar{n}, x) + \tau_{xy} cos(\bar{n}, y) + \tau_{xz} \cos(\bar{n}, z) \\ P_{xy} = \tau_{yx} \cos(\bar{n}, x) + \sigma_y cos(\bar{n}, y) + \tau_{yz} \cos(\bar{n}, z) \\ P_{xz} = \tau_{zx} \cos(\bar{n}, x) + \tau_{zy} cos(\bar{n}, y) + \sigma_z \cos(\bar{n}, z) \end{cases}$$

Глава 2. Экспериментальный расчет напряженного состояния

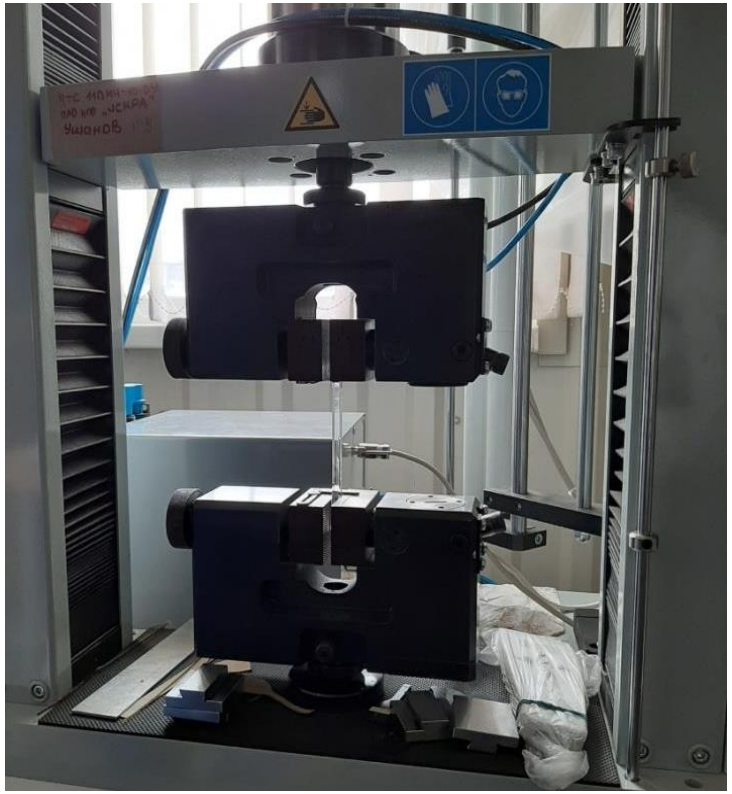


Рисунок 2.1 - Разрывная машина УТС-110МН-10-ОУ

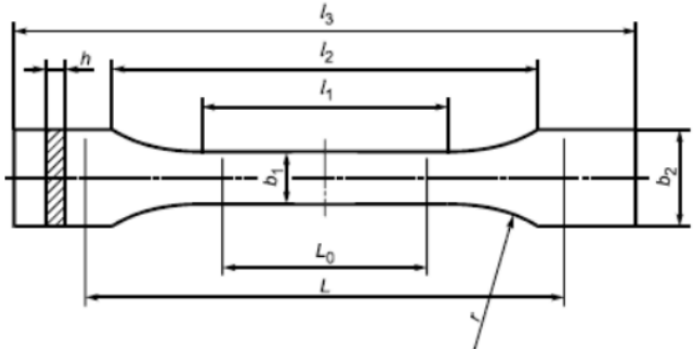


Рисунок 2.2 – Геометрическая форма образцов

Определение модуля упругости оргстекла

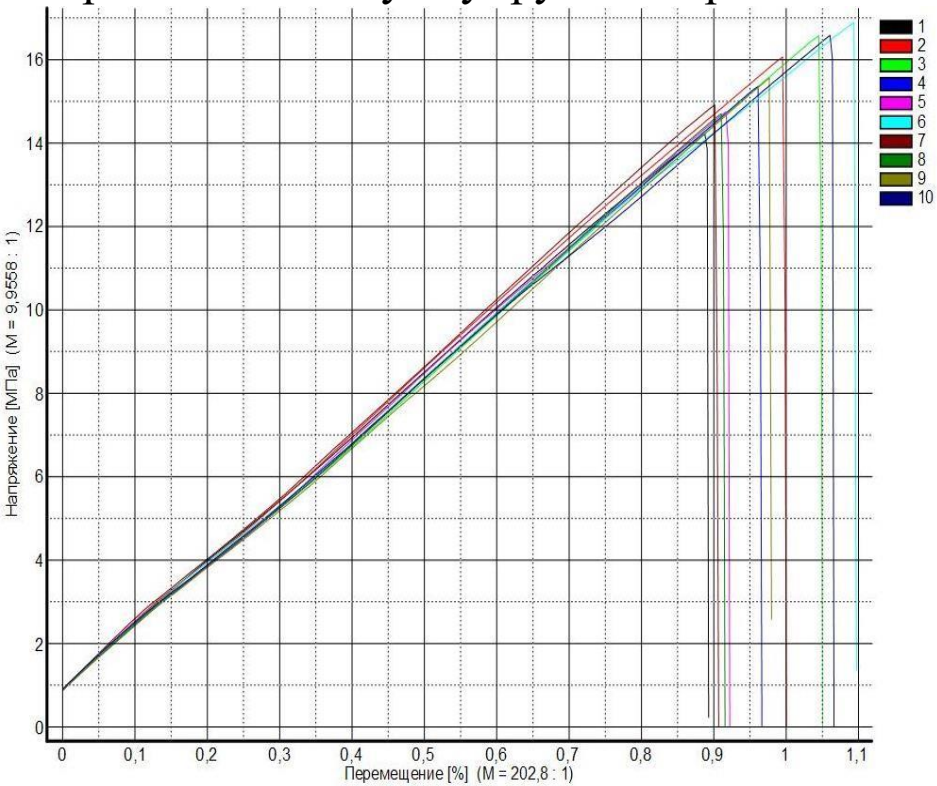


Рисунок 2.3 – Графики растяжения оргстекла марки СЭП ГОСТ 17622-72

$$E = \frac{FL}{S|\Delta l|} = 3193 \text{ МПа}$$

где F – среднее разрывное усилие; L – исходная расчетная длина образца; S – средняя площадь поперечного сечения; Δl – среднее остаточное удлинение.

Глава 2. Экспериментальный расчет напряженного состояния

Рисунок 2.4 – Экспериментальная установка

Ключ измерения момента затяжки болтов

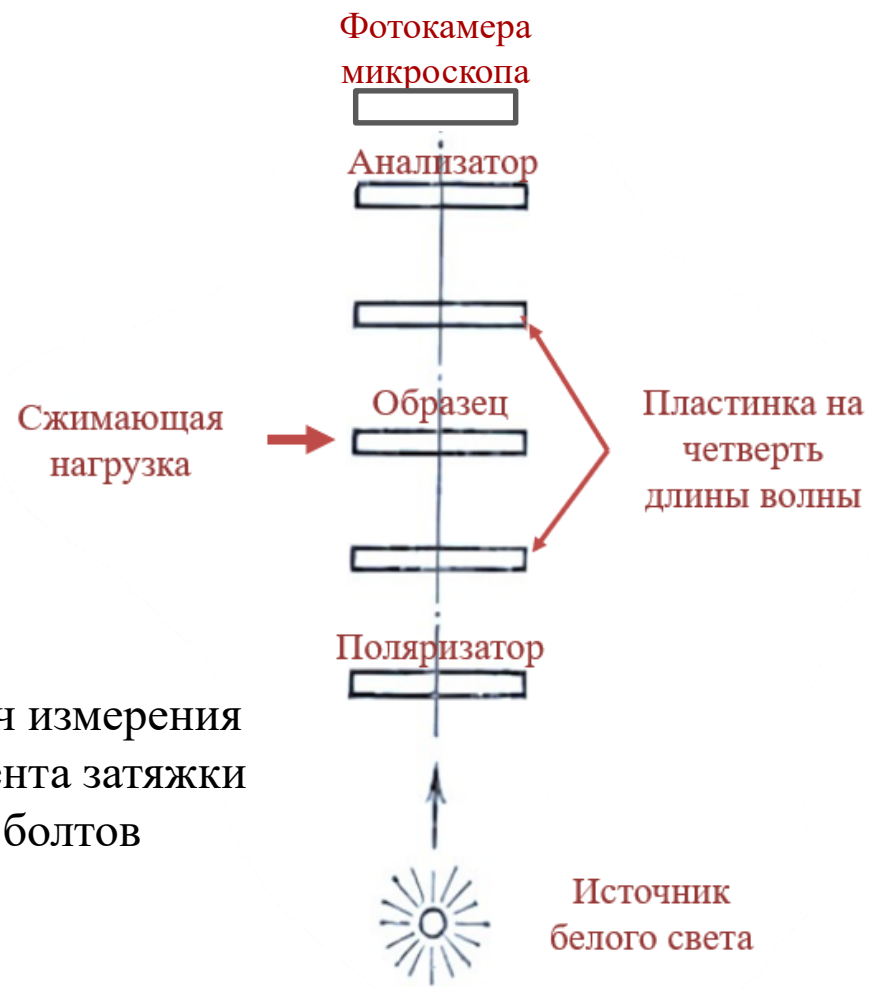


Рисунок 2.5 – Схема оптической оси экспериментальной установки

Глава 2. Экспериментальный расчет напряженного состояния

Линейное напряженное состояние

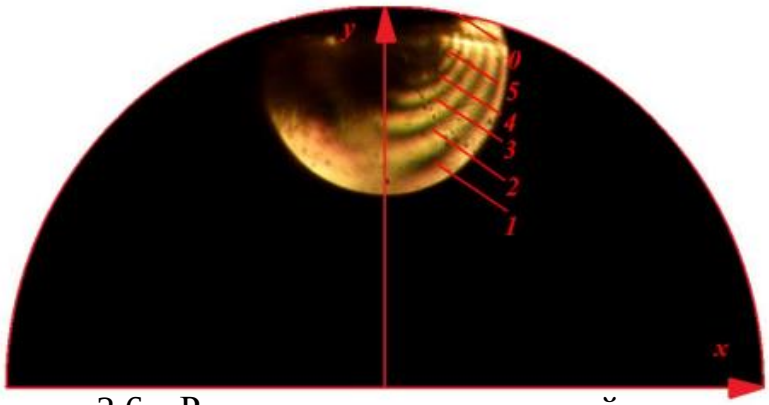


Рисунок 2.6 – Распределение напряжений в диске при линейном напряженном состоянии

Плоское напряженное состояние

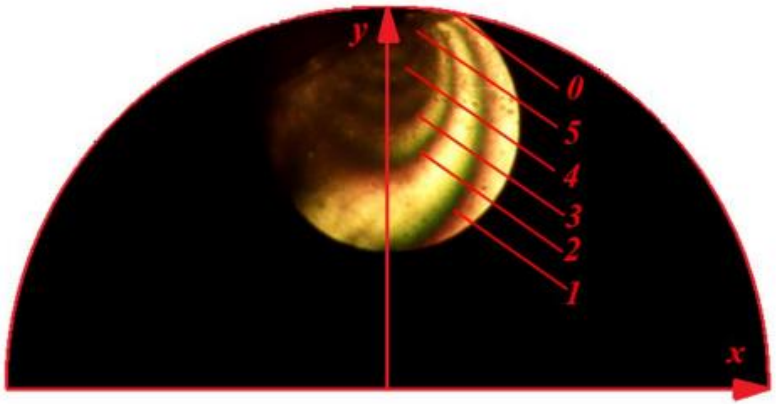


Рисунок 2.7 – Распределение напряжений в диске при плоском напряженном состоянии

$$\sigma_0^{(1)} = \frac{8P}{\pi D n}$$ - цена полосы

P – сжимающая нагрузка; D – диаметр диска; n – порядок полосы

Значение главного напряжения σ_1:

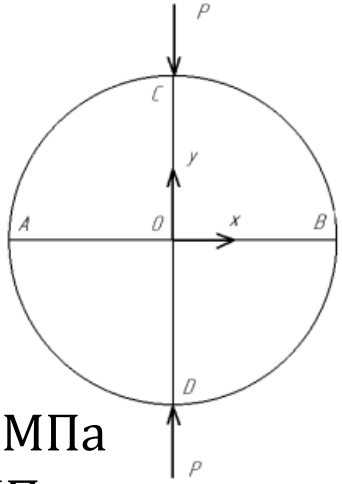
$$\sigma_1 = \frac{n\sigma_0^{(1)}}{t} \rightarrow \sigma_1 = 0.95 \text{ МПа}$$

Значения главных напряжений σ_1, σ_2:

$$\begin{cases} \sigma_1 - \sigma_2 = \dfrac{n\sigma_0^{(1)}}{t} \\ \sigma_1 + \sigma_2 = -\dfrac{\Delta t E}{t\nu} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \sigma_1 = 4.28 \\ \sigma_2 = 3.33 \text{ МПа} \end{cases}$$

Глава 3. Аналитический расчет напряженного состояния

Линейное напряженное состояние



Компоненты вектора напряжений:

$$\begin{cases} \sigma_x = -\dfrac{2P}{\pi t}\left[\dfrac{(R-y)x^2}{r_1^4} + \dfrac{(R+y)x^2}{r_2^4} - \dfrac{1}{2R}\right] \\ \sigma_y = -\dfrac{2P}{\pi t}\left[\dfrac{(R-y)^3}{r_1^4} + \dfrac{(R-y)^3}{r_2^4} - \dfrac{1}{2R}\right] \\ \tau_{xy} = \dfrac{2P}{\pi t}\left[\dfrac{(R-y)^2 x}{r_1^4} - \dfrac{(R+y)^2 x}{r_2^4}\right] \\ r_1^4 = x^2 + (R-y)^2, \qquad r_2^4 = x^2 + (R+y)^2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \sigma_x = -82.42 \ \text{МПа} \\ \sigma_y = -6.53 \ \text{МПа} \\ \tau_{xy} = -9.003 \ \text{МПа} \end{cases}$$

где t – толщина диска; x и y – координаты точки, в которой ведется расчет напряжений

Значение главного напряжения σ_1:

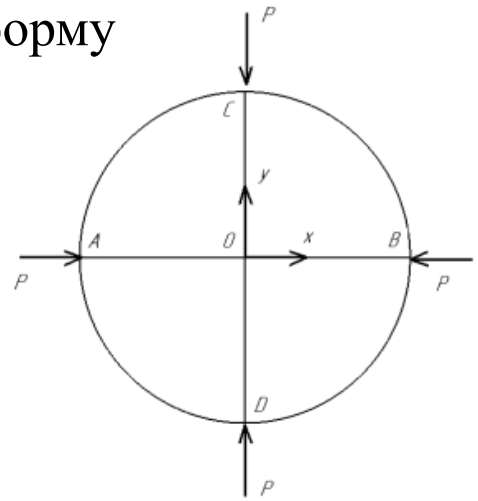
$$\sigma_1 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{\left(\sigma_x + \sigma_y\right)^2 + 4\tau_{xy}^2} \rightarrow \boxed{\sigma_1 = 0.902 \ \text{МПа}}$$

Глава 3. Аналитический расчет напряженного состояния

Плоское напряженное состояние

Уравнения равновесия преобразуются через комплексную форму

$v_1 + iu_1 = me^{2i\theta}$



$$\begin{cases} \dfrac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \dfrac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} = 0 \\ \dfrac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \dfrac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \dfrac{\partial u_1}{\partial y} + \dfrac{\partial v_1}{\partial x} = -\dfrac{\partial \sum}{\partial x} \\ \dfrac{\partial u_1}{\partial x} - \dfrac{\partial v_1}{\partial y} = -\dfrac{\partial \sum}{\partial y} \end{cases}$$

где $v_1(x,y) = \sigma_x - \sigma_y$, $u_1(x,y) = 2\tau_{xy}$; $\sum = \sigma_x + \sigma_y$ – сумма главных напряжений, удовлетворяющая уравнению Лапласа.

Уравнение нулевой полосы диска: $t_0(\bar{z}) = \dfrac{R^2}{\bar{z}^2}$

Значения главных напряжений σ_1 и σ_2 :

$$\begin{cases} \sigma_1 + \sigma_2 = -\left(\dfrac{m_0}{R^2 + \bar{z}^2} + \dfrac{m_0}{R^2 - \bar{z}^2}\right) - \left(\dfrac{m_0}{R^2 + z^2} + \dfrac{m_0}{R^2 - z^2}\right) + \dfrac{2m_0}{R^2} \\ \sigma_1 - \sigma_2 = \dfrac{4m_0\bar{z}^2}{(1 - \bar{z}^4)^2}(R^2 - z\bar{z}) \end{cases} \rightarrow \boxed{\begin{cases} \sigma_1 = 4.28 \text{ МПа} \\ \sigma_2 = 3.33 \text{ МПа} \end{cases}}$$

Глава 4. Численный расчет напряженного состояния

Engineering Data - выбор и установка физико-механических свойств материала

↓

Geometry - определение геометрии области исследования

↓

Model-Mesh - установка параметров КЭ сетки и ее генерация

↓

Model-Static Structural - выбор граничный условий, действующих на модель

↓

Model-Solution - получение необходимых результатов моделирования

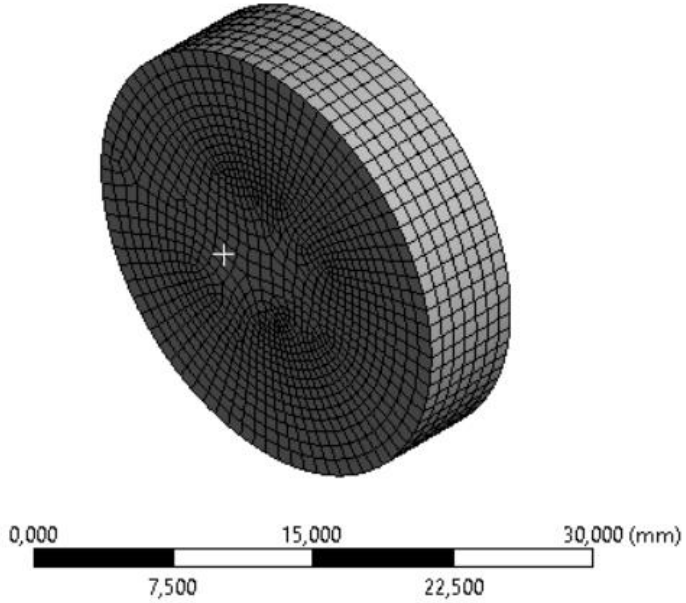


Рисунок 4.1 - Конечно-элементная модель диска

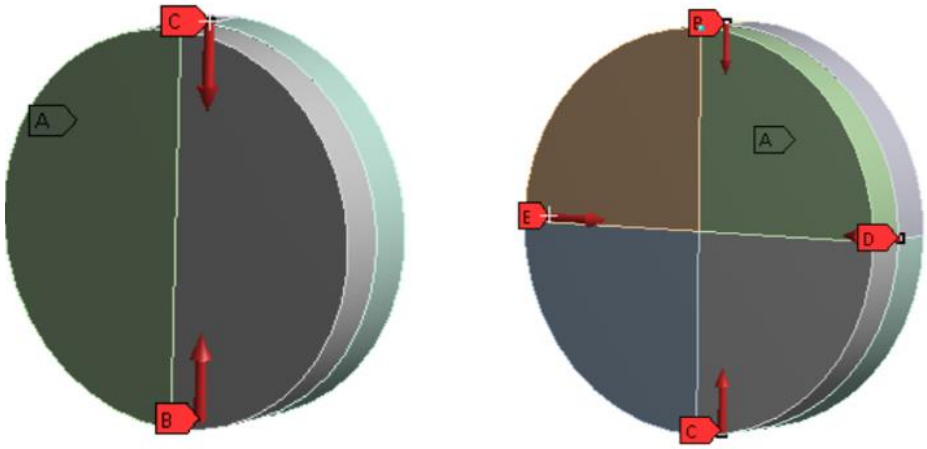


Рисунок 4.2 - Граничные условия:
А – жесткая заделка,
B,C,D,E - сжимающая сосредоточенная сила, равная 56 Н

Глава 4. Численный расчет напряженного состояния

Линейное напряженное состояние

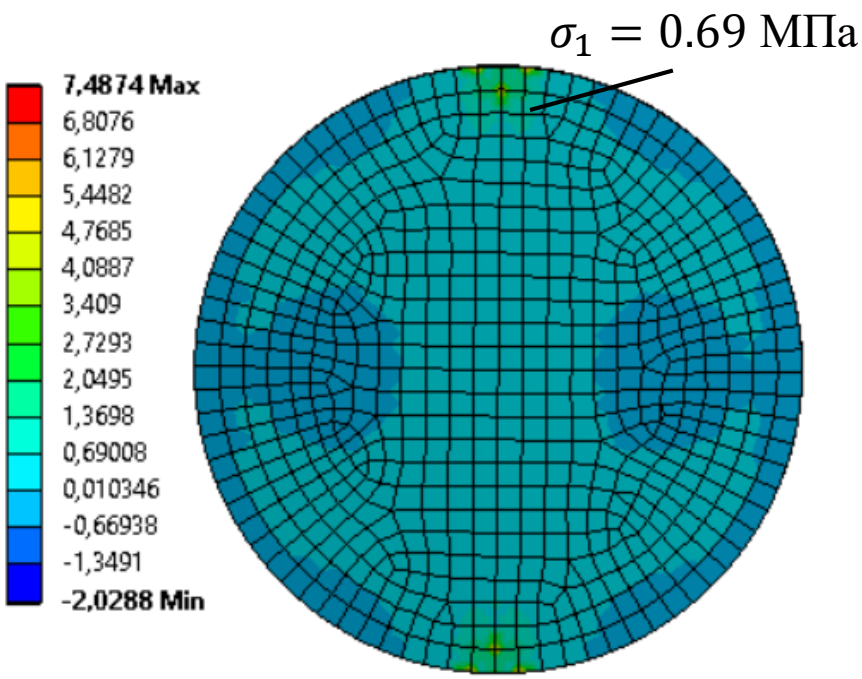


Рисунок 4.3 - Распределение главных напряжений σ_1, МПа

Плоское напряженное состояние

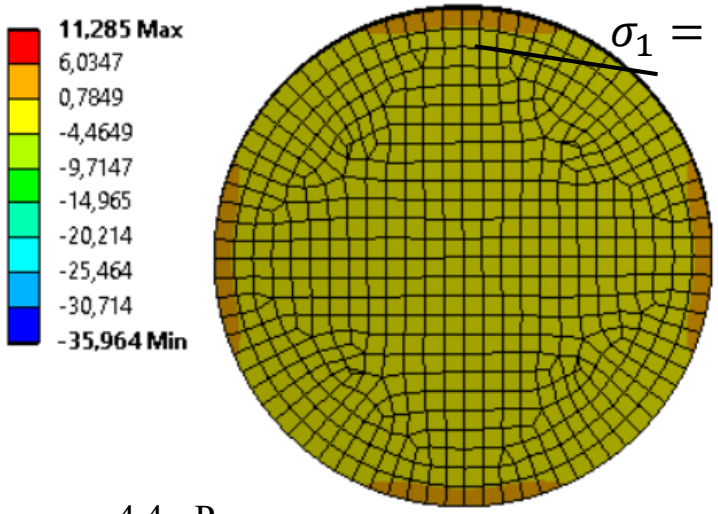


Рисунок 4.4 - Распределение главных напряжений σ_1, МПа

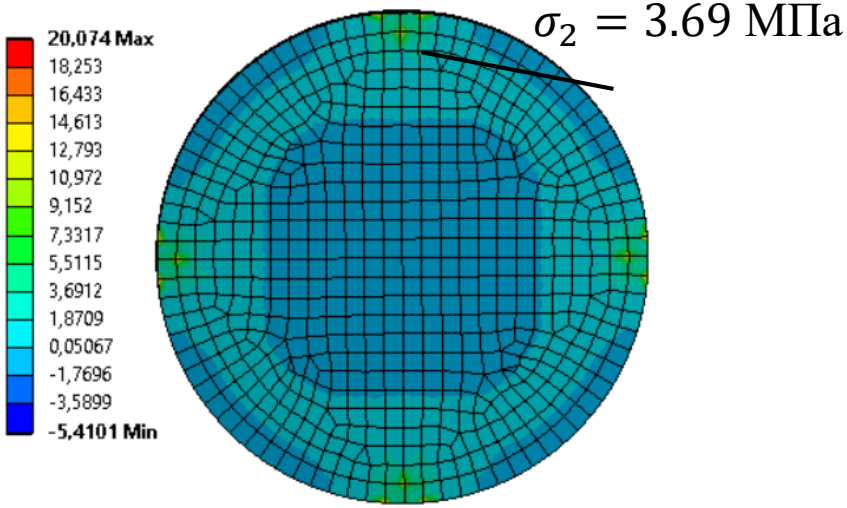


Рисунок 4.5 - Распределение главных напряжений σ_2, МПа

Глава 5. Сравнительный анализ

Таблица 1 – Сравнение результатов расчетов

ЛИНЕЙНОЕ НАПРЯЖЕННОЕ СОСТОЯНИЕ		
	Значение главного напряжения σ_1, МПа	
Экспериментальный расчет	0.95	
Аналитический расчет	0.902	
Численный расчет	0.69	
ПЛОСКОЕ НАПРЯЖЕННОЕ СОСТОЯНИЕ		
	Значение главного напряжения σ_1, МПа	**Значение главного напряжения σ_2, МПа**
Экспериментальный расчет	4.28	3.33
Аналитический расчет	5.2	4.7
Численный расчет	6.03	3.69

Заключение

В работе проводилось исследование напряжений прозрачных миниобразцов методом фотоупругости. Для достижения этой цели были выполнены следующие задачи:

1. Проведен литературный обзор согласно выбранной теме исследования;
2. Определены механические характеристики исследуемого оптически прозрачного материала – в данном случае нами изучались свойства оргстекла. Разработана и собрана экспериментальная установка, позволяющая наблюдать за распределением главных напряжений по образцу.
3. Проведен аналитический расчет с похожими результатами напряжений на выходе.
4. Сделан численный расчет, где в качестве основного метода решения численной задачи использовался метод конечных элементов.
5. Сравнительный анализ полученных результатов помог прийти к выводу, что экспериментальный, аналитический и численный расчет проведены верно.

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образование
«Ивановский государственный энергетический университет
имени В.И. Ленина»
Кафедра теоретической и прикладной механики

ВЫПУСКНАЯ-КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА «ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕНИЙ В ПРОЗРАЧНЫХ МИНИОБРАЗЦАХ МЕТОДОМ ФОТОУПРУГОСТИ»

Выполнила: студентка гр. 2-33м
Кузьмичева М.Д.
Руководитель: к.т.н., доцент
Шилов М.А.

Иваново 2022